محاضرات
فى
تحليل الإقتصاد الجزئى

دكتور

أحمد أحمد السيد

أستاذ الإقتصاد

وعميد المعهد العالي للعلوم التجارية والإدارية

بالعريش

ظفر للطباعة
الزقازيق - المنتزة ٢٣٢٨١٦٤

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ قالوا سبحانك لا علم لنا إلا ما علمتنا

إنك أنت العليم الحكيم ﴾

صدق الله العظيم

سورة البقرة آية رقم (٣٢)

إهداء إلى .....

رسـول البشـرية ، ومعلـم الإنسـانية .. سـيدنا محمـد ﷺ ، وزوجتـى .. الإخـلاص والوفـاء .. وأولادى .. عمرو ومحمد .. سند الحياة .



محتويات الكتاب

تقديـــم

بــدء ذى بدء ، أود أن أكون قد وفقنى الله تعالى فى تغطية معظم المادة العلمية للمحاضـــرات الخاصـــة بتحلـــيل الاقتصاد الجزئى مستخدماً فى ذلك الأسلوب الرياضى البســيط والســـهل إلى جانب الأشكال البيانية والتعبيرات اللفظية . وذلك يهدف الدراسة التحليلية أو المتأنية والمتعمقة للنظرية الاقتصادية الجزئية التى سبق دراستها قبل ذلك والـــتى تعتـــبر أو تمثل جوهر الفكر الاقتصادى السائد فى الدول الرأسمالية المتقدمة . ومن ثم أهمية ذلك فى معالجة المشكلات التى تواجه الدول النامية .

وبـــناءا علـــى مـــا تقدم ، ولتحقيق الهدف المنشود من هذا الكتاب ، فإننى قد أعددتـــه فـــى ســـتة فصـــول رئيسية . ففى الفصل الأول من الكتاب تم صياغة مبسطة للأساليب الرياضية المستخدمة فى التحليل كوسيلة وليست غاية للتسهيل على القارئ أو الـــدارس . أمـــا فـــى الفصل الثانى ، فقد تم تحليل سلوك المستهلك من خلال استخدام المنفعة العددية وكذلك المنفعة الترتيبية ومنحنيات السواء إلى جانب تحليل خط الميزانية (خط الدخل) .

بيـــنما فى الفصل الثالث من هذا الكتاب ، فقد تم تحليل المرونات سواء مرونة الطلـــب السعرية أو مرونة الطلب الدخلية أو مرونة التقاطع (المرونة العبورية) . فى حيـــن اهـــتم الفصـــل الرابع بدراسة نظرية سلوك المنشأة من خلال تحليل دوال الإنتاج ومنحنـــيات الناتج المتساوى ، والسلوك الرشيد وتحقيق أقل التكاليف وأكبر ربح ممكن إلى جانب تحليل دوال التكاليف وأخيرا التعرف على فكرة مبسطة عن البرمجة الخطية .

أمـــا بالنســـبة للفصـــل الخامس ، فإنه اختص بتحليل توازن المنشآت من خلال دراســـة الـــتوازن فى ظل المنافسة الكاملة ، والاحتكار ، والمنافسة الاحتكارية ، وكذلك التوازن فى ظل المنافسة الاحتكارية . بينما الفصل الأخير من الكتاب (الفصل السادس) ، فإنه يحاول معالجة توازن أسواق عناصر الإنتاج (المدخلات) من خلال دراسة الطلب على العامل الإنتاجى ، والإنتاجية الحدية ، ومتوسط الإنتاجية .

وأود أن أوجـــه شكرى و تقديرى إلى كل من ساهم فى إخراج هذا الكتاب داعيا الله عـــز وجل أن يجزيهم عنى كل الخير والصواب ، كما أدعو الله سبحانه وتعالى بأن يجعل هذا الكتاب علماً نافعاً .. مرددا الحكم التى تقول .. كلما أزددت عماً ..ازددت علما بجهلى .

أ.د / أحمد أحمد السيد

الفصل الأول
مقدمة
Introduction

تمهيد :

يحاول هذا الفصل مساعدة الطالب أو الباحث فى معالجة وتحليل النظريات التى يـتم مناقشـتها فـى النظرية الإقتصادية الجزئية حيث يتضمن استخدام بعض الأساليب الرياضية فعلى سبيل المثال : الدوال وتحديد العلاقة الدالية باستخدام الشكل الإنتشارى . بالإضافة إلى استخدام التفاضل ، والنهايات العظمى والصغرى لدوال متغير واحد وكذلك التكامل . كما تم توضيح كيفية استخدام هذه الأدوات الرياضية من خلال تمارين محلولة . إلى جانب التمارين التى يقوم الطالب بحلها فى الدروس العملية .

الدوال :

لا توجد الدالة Function إلا بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل بينهما علاقة تسمح بتحديد قيمة المتغير التابع المناظرة لأى قيمة يأخذها المتغير المستقل فهى دالـة لكـل مـن طولـه وعرضه . وباستخدام الرموز الجبرية للتعبير عن العلاقة بين المتغيرين نقول مثلا أن المتغير ص هو دالة للمتغير س أى أن :

ص = د (س)

ويسـمى المتغـير س بالمتغير المستقل ، ويسمى المتغير ص بالمتغير التابع . ويلاحظ أن الطرف الأيسر من الدالة لا يعنى أن د مضروبة فى س وإنما هى مجرد رمز يعـبر عن العلاقة الدالية التى تعنى أن التغير فى قيمة ص يتوقف على التغير فى قيمة س .

وعـندما نقـول أن الطلـب على إحدى السلع هو دالة لسعرها ، فمعنى ذلك أن يترتب على كل سعر لهذه السلعة كمية معينة يرغب المشترون فى شرائها منها . كذلك عـندما نذكـر أن عرض السلعة هو دالة لسعرها ، فإننا نعنى بذلك أنه يترتب على كل سـعر للسـلعة كمـية معينة يقبل البائعون بيعها من هذه السلعة . وإذا قلنا أن تكاليف الإنـتاج فى مشروع معين هى دالة لحجم الإنتاج الذي ينتجه هذا المشروع ، فإن معنى ذلك أنه يترتب على كل حجم للإنتاج قيمة معينة من التكاليف يتحملها المشروع .

والتصوير الجبرى للعلاقات بين المتغيرات الاقتصادية فى شكل دوال يعتبر مفيدا من الناحية العملية ، فإذا استطعنا مثلا أن نحدد العلاقة الدالية بين الطلب والسعر ، يمكن أن نحدد مقدار الكمية المطلوبة عندما يتخذ السعر قيمة معينة . وبالمثل إذا كانت هناك دالة تجمع بين تكاليف الإنتاج وحجم الإنتاج نستطيع أن نعرف مقدار تكاليف الإنتاج المتوقعة إذا أردنا أن نزيد الإنتاج بمقدار معين من الوحدات وبالعكس يمكن معرفة مقدار تكاليف الإنتاج المتوقعة إذا عملنا على خفض حجم الإنتاج إلى كمية معينة من الوحدات .

والدالة قد تصور العلاقة بين متغير فقط أحدهما مستقل والآخر تابع وقد تصور العلاقة بين عدة متغيرات يكون واحد منها تابعاً لعدة متغيرات أخرى وليس لمتغير واحد فقط . فالطلب على إحدى السلع مثلا هو دالة لعدة متغيرات هى أذواق المستهلكين ، و دخول المستهلكين ، سعر السلعة ذاتها وأسعار السلع الأخرى أى أن :

ص = د (س ، ع ، م ، و)

حيث ص = الطلب على السلعة .

، س = أذواق المستهلكين .

، ع = دخول المستهلكين .

، م = سعر السلعة نفسها .

، و : أسعار السلع الأخرى البديلة والمكملة .

وفى هذه الدالة تعتبر س ، ع ، م ، و متغيرات مستقلة ، بينما ص هى المتغير التابع ، يعنى أن قيم ص تابعة ومتوقعة على القيم التى تتخذها س ، ع ، م ، و فى نفس الوقت . على أن ذلك لا يعنى بالضرورة معالجة الدالة جبرياً على أساس تغير جميع هذه المتغيرات إذ يمكن معالجتها على أساس متغير واحد فقط من المتغيرات المستقلة وثبات المتغيرات الأخرى وعندئذ تكون ص دالة بالنسبة للمتغير س فقط إذا بقيت ع، م ، و على حالها وكذلك تكون ص دالة بالنسبة للمتغير م إذا بقيت س ، ع ، و ثابتة . وأخيراً فإن ص تكون دالة بالنسبة للمتغير وإذا بقيت س ، ع ، م ثابتة لا تتغير . وعليه فإننا نفترض أن جميع المتغيرات المستقلة ماعدا واحدا فقط تظل ثابتة ثم نسمح لهذا العامل الواحد (الأذواق مثلا) بأن يتغير ونرى كيف يتغير الطلب معه على فرض أن كافة العوامل الأخرى باقية على حالها . وغير أننا بعد ذلك نسمح لأحد المتغيرات الأخرى وليكن الدخل مثلا ، بأن يتغير ، ونرى كيف يتغير الطلب عندما يتغير الدخل مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها ، وهكذا .

على أنه يجب أن نلاحظ أن الدالة التى تصور العلاقة بين متغيرين فقط يمكن أن تـــتحول إلى دالة تصور العلاقة بين أكثر من متغيرين ، وذلك إذا أدخلنا عامل الزمن فى الحســـبان . فعرض أى سلعة فى المدة الطويلة يعتبر دالة لتغير سعرها و تغير تكاليف الإنتاج وتغير حالة التكنولوجيا وغير ذلك من العوامل التى تؤثر على العرض فى المدة الطويلـــة . ولذلـــك فـــإن عند تصوير دالة معينة بين متغيرين فقط فى المدة الطويلة ، نفترض أن هذه الدالة تصور العلاقة فى وقت معين أى أن بقاء العوامل الأخرى – التى يمكـــن أن يكون لها تأثير – ثابتة دون تغير . ونستطيع أن نحقق فائدة أعظم إذا أمكننا التعبـــير عن العلاقة الدالية بين متغيرين فى شكل يساعد على تحديد هذه العلاقة تحديداً رقمـــياً ، وبذلـــك يمكن إيجاد القيم المختلفة التى تأخذها ص كنتيجة للقيم المختلفة التى تتخذها س .

ولكـــى نحدد الدالة التى تصور العلاقة بين متغيرين لابد أن تتوافر لدينا البيانات الرقمية عنهما . فإذا فرضنا أنه تم الحصول على البيانات الرقمية عن الأسعار المختلفة والكميات المختلفة المطلوبة عن هذه الأسعار ، فإن الأمر يستلزم إعداد هذه البيانات فى صورة جدول يسمى جدول الطلب :

سعر الوحدة بالجنيه	الكميات المطلوبة بالوحدة
س	ص
١٠	٠
٩	١
٨	٢
٧	٣
٦	٤
٥	٥
٤	٦
٣	٧
٢	٨
١	٩

والخطوة التالية فى تحديد العلاقة الدالية بين الطلب والسعر هى إعداد ما يسمى بشـــكل الانتشار Scatter-Diagram أو أحياناً Scatter-gram ، والفكرة فى هذا الشـــكل أنـــنا نقوم برسم محورين متعامدين ونخصص المتغير س على المحور الأفقى (إلا أن العرف قد جرى على وضع المتغير س وهو السعر فى هذه الحالة على المحور الرأســـى) والمتغـــير ص على المحور الرأسى ثم نقوم برصد أزواج القيم على الرسم البيانى كالتالى :

($س_١$ ، $ص_١$) ، ($س_٢$ ، $ص_٢$) ، ($س_٣$ ، $ص_٣$) ، ... ($س^ن$ ، $ص^ن$) .

والجدير بالذكر فإن رصد النقط يساعد الباحث فى الحصول على صورة واضحة للعلاقة بين المتغيرين . فإذا كانت النقط التى رصدناها فى شكل الإنتشار قد اتخذت اتجاه عامـــا مستقيما تكون العلاقة من الدرجة الأولى ، أما إذا اتخذت النقط اتجاها عاما غير مستقيم تكون العلاقة من الدرجة الثانية . وإذا كان الاتجاه العام على شكل منحنى أو به أكـــثر من إنحاءه تكون العلاقة بين المتغيرين من الدرجة الثالثة وهكذا . ومن المهم أن نذكـــر أن تحديـــد درجة العلاقة على النحو السالف يفيدنا فى تحديد المعادلة التى سوف نعمل على استخدامها .

كذلـــك فإن الاتجاه العام للنقط التى رصدت فى شكل الانتشار يمكن أن يدلنا على نـــوع العلاقة بين المتغيرين موضع البحث . فإذا كان الاتجاه العام لها مستقيما صاعدا نحو اليمين تكون العلاقة طردية وتظل كذلك على مدى التغير ، أما إذا كان الاتجاه العام مستقيما هابطا نحو اليمين فإنه يدل على علاقة عكسية . وإذا كان الاتجاه منحنيا محدبا ، فـــإن العلاقـــة تـــبدأ طـــردية ثم تتحول بعد حد معين إلى علاقة عكسية . أما إذا كان المنحـــنى مقعـــراً فإنـــه يدل على علاقة تبدأ عكسية ثم تتحول بعد حد معين إلى علاقة طردية .

ذو تعـــنى العلاقة الطردية بين متغيرين أن تغيرهما يكون فى اتجاه واحد سواء بالـــزيادة أو الـــنقص ، أما العلاقة العكسية فتعنى أن اتجاه أحد المتغيرين نحو الزيادة يتبعه اتجاه الآخر نحو النقص .

و ينبغى أن نأخذ فى الاعتبار أن المطلوب هو إيجاد معادلة تصور الاتجاه العام للـــنقط ولـــيس الانـــتقال من كل نقطة إلى الأخرى ، بمعنى أننا نحدد الدالة على أساس افـــتراض الاستمرار والاتصال فى التغير بالنسبة لكل من المتغيرين . والمقصود بالتغير المتصل أن القيم التى يتخذها متغير معين نقفز مباشرة من عدد صحيح معين إلى العدد الصـــحيح التالى مثلا من ١ إلى ٢ إلى ٣ وهكذا ، وإنما يمكن أن تمر بالكسور الواقعة بيـــن كل عدد صحيح وآخر . وبتطبيق ذلك على المثال السابق الخاص بالسعر والطلب نفترض أن كل متغير فى السعر مهما كان ضئيلا لابد وأن يؤدى إلى تغير ما فى الطلب . ومع أن ذلك قد لا يحدث فى الحياة العملية حيث يفقد منحنى الطلب اتصاله ويظهر كخط منكســـر ، الأمـــر الـــذى يجعل المعالجة الرياضية عملا متعذرا . لذلك فإننا نستطيع أن نتصور تغيرا متصلا فى الأسعار يصحبه تغير متصل فى الكميات دون أن يؤدى تصورنا هذا إلى أى خطأ يذكر ، حيث نجد أن المعالجة الرياضية للظواهر الاقتصادية على أساس الدوال تفترض دائما الاتصال فى تغير هذه الظواهر .

وطـريقة تحديد النقطة للدالة تتوقف على كيفية تغير النقط فى شكل الانتشار . فـإذا كانت النقط منتظمة انتظاما تاما على خط الاتجاه العام (ولو أن هذه حالة نظرية بحـتة حيث أنها تدل على الإرتباط الكامل بين المتغيرين وهو مالا يمكن توقعه وخاصة فـى الدراسات الاقتصادية) وكان هذا الخط مستقيما ، يمكن أن نحدد الدالة على أساس نقطتين فقط من النقط التى رصدناها وذلك باستخدام القانون التالى :

$$ص - ص_1 = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} (س - س_1)$$

أو :
$$\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

ومن هذا القانون نصل إلى دالة الدرجة الأولى التى تعبر عنها المعادلة التالية :

$$ص = أ + ب\, س$$

حيث أ = القيمة المتنبأ بها عندما تكون س = صفر أى الجزء الذى يقطعه خط الاتجاه العام من المحور ص .

، ب = مـيل خـط الاتجاه العام ، ويوضح كمية النقص أو الزيادة فى ص لكل وحدة تغير فى س .

مثال (١) : علـى أسـاس البيانات السابقة الخاصة بالسعر والطلب نستطيع أن نحدد الدالـة تـبعاً لأى نقطتيـن ، فـإذا أخذنا النقطتين (٨ ، ٢) و(٤ ، ٦) تكون الدالة كالتالى:

$$ص - ص_1 = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} (س - س_1)$$

أى أن $ص - ٢ = \frac{٦ - ٢}{٤ - ٨} (س - ٨)$

إذا $ص - ٢ = \frac{٤}{-٤} (س - ٨)$

أذا $ص - ٢ = -١ (س - ٨)$

إذا $ص - ٢ = - س + ٨$

إذا $ص = ١٠ - س$

ويتضـــح من هذه الدالة أن ميل المستقيم الذى يمثلها سالب وهو أمر يتفق مع العلاقة العكسية بين السعر والطلب . ومن المعروف أن الدالة التى يحددها لا تتغير مهما غـــيرنا من النقطتين اللتين نعتمد عليهما حيث أننا نعلم أن ميل المستقيم ثابت لا يتغير كما يتضح من المثال التالى :

مثال (٢) : أوجد دالة المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٧ ، ٣) و (٥ ، ٥) وذلك على أساس البيانات السابقة فى جدول الطلب .

الحل :

ص − ٣ = (٥ − ٣) / (٥ − ٧) (س − ٧)

ص − ٣ = ٢ / −٢ (س − ٧)

ص − ٣ = −١ (س − ٧)

ص − ٣ = − س + ٧

ص = ١٠ − س

وبإيجاد قيمة أ ، ب يصبح فى الإمكان حساب القيمة المتوقعة للمتغير التابع ص لأى قيمة للمتغير المستقل س بالتعويض المباشر .

أمـــا إذا اتخـــذت الـــنقط فـــى شكل الانتشار اتجاها عاما مستقيما ولكنها ليست منـــتظمة انتظاما تاما على خط الاتجاه العام (وهذه هى الحالة العادية التى تستخدم فى البحوث العلمية) فإننا يمكن أن نحدد الدالة باستخدام طريقة المربعات الصغرى . وبهذه الطريقة يمكن تقدير قيمتى أ ، ب بحل المعادلتين الطبيعيتين الآتيتين لتقدير ص بمعرفة س :

مجـــ ص = ن أ + ب مجـــ س (ن = عدد النقط)

مجـــ س ص = أ مجـــ س + ب مجـــ س^2

مثال (٣) : وفـــق معادلـــة المستقيم على الصورة ص = أ + ب س بطريقة المربعات الصغرى تبعاً للبيانات الآتية للمتغيرين س ، ص

س	ص
٦	٨
٥	٧
٨	٧
٨	١٠
٧	٥
٦	٨
١٠	١٠
٤	٦
٩	٨
٧	٦

الحل : لإيجاد قيمتى أ ، ب نحتاج إلى قيم محـــ س ، محـــ ص ، محـــ س ص ، محـــ س^{٢} من الجدول الأصلى :

س	ص	س ص	س^{٢}
٦	٨	٤٨	٣٦
٥	٧	٣٥	٢٥
٨	٧	٥٦	٦٤
٨	١٠	٨٠	٦٤
٧	٥	٣٥	٤٩
٦	٨	٤٨	٣٦
١٠	١٠	١٠٠	١٠٠
٤	٦	٢٤	١٦
٩	٨	٧٢	٨١
٧	٦	٤٢	٤٩
٧٠	٧٥	٥٤٠	٥٢٠

وبالتعويض فى المعادلتين السابقتين نجد أن :

٧٥ = ١٠ أ + ٧٠ ب .. (١)

٥٤٠= ٧٠أ + ٥٢٠ ب .. (٢)

وبضرب المعادلة (١) فى ٧ ينتج أن :

٥٢٥= ٧٠ أ + ٤٩٠ ب (٣)

٥٤٠= ٧٠ أ + ٥٢٠ ب (٤)

وبالطرح ينتج أن :

٣٠ ب = ١٥

إذا ب = ٠,٥

وبالتعويض فى المعادلة (١) ينتج أن :

٧٥ = ١٠ أ + ٣٥

إذا أ = ٤

إذا الدالة ص = ٤ + ٠,٥ س

وإذا اتخـذت النقط فى شكل الانتشار اتجاها عاما على شكل منحنى تكون الدالة التى تصور العلاقة بين المتغيرين من الدرجة الثانية ، والصورة العامة لها هى :

ص = أ $س^{2}$ + ب س + جـ

وهـنا يجـب أن نذكر أنه إذا كانت النقط فى شكل الانتشار منتظمة انتظاما تاما على المنحنى (وهذا أمر نظرى بحت) فإننا نستطيع أن نستخدم طريقة الفروق المجزأة فى تحديد الدالة . أما إذا كانت النقط ليست منتظمة انتظاما تاما ، فإننا نستخدم فى إيجاد الدالة طريقة المربعات الصغرى .

مثال (٤) : أوجـد بطريقة الفروق المجزأة دالة الدرجة الثانية على الصورة ص = أ $س^{2}$ + ب س + جـ وفقاً للبيانات التالية :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١١	٧	-٥	-٢٥	-٥٣

الحل :

س	ص	$ف_{1}$ (الفرق الأول)	$ف_{2}$ (الفرق الثانى)
١	١١		
		-٤	
			-٤
٢	٧		
		-١٢	
٣	-٥		
			-٤
		-٢٠	
٤	-٢٥		
			-٤
		-٢٨	
٥	-٥٣		

ويتم حساب الفرق الأول على أساس الميل بين كل نقطتين متتاليتين كالتالى :

(١١−٧) ÷ (٢−١) ، (−٥−٧) ÷ (٣−٢) ، (−٢٥−(−٥)) ÷ (٤−٣) ، (−٥٣−(−٢٥)) ÷ (٥−٤)

أما الفرق الثانى فإنه يحسب على أساس ميل الفروق الأولى كالتالى :

(−١٢−(−٤)) ÷ (٣−١) ، (−٢٠−(−١٢)) ÷ (٤−٢) ، (−٢٨−(−٢٠)) ÷ (٥−٣)

لإيجاد الدالة فى هذا المثال فإننا نستخدم القانون التالى :

ص = القــيمة الأولـــى للمتغير ص + الفرق الأول (س − القيمة الأولى للمتغير س)
+ الفرق الثانى (س − القيمة الأولى للمتغير س) (س − القيمة الثانية للمتغير س)

أى أن ص = ص$_{١}$ + ف^{١} (س−س$_{١}$) + ف^{٢} (س−س$_{١}$) (س − س$_{٢}$)

∴ ص = ١١ + (−٤) (س − ١) + (−٤) (س − ١) (س − ٢)

= ١١+٤س+٤−٤س^{٢}+١٢س−٨

= ٧+٨س−٤س^{٢}

مثال (٥) : باستخدام طريقة الفروق المجزأة أوجد الدالة التى تصور العلاقة بين المتغيرين س ، ص وفقاً للبيانات التالية :

س	١	٢	٤	٧
ص	٦	١١	٣٩	−٥٤

الحل :

س	ص	الفرق الأول	الفرق الثانى	الفرق الثالث
١	٦			
		٥		
٢	١١		٣	
		١٤		
٤	٣٩		−٩	−٢
		−٣١		
٧	−٥٤			

قمـــنا فـــى هذا المثال بالاستمرار فى إيجاد الفروق حتى نصل إلى الفرق الأخير وتستخدم هذه الحالة عندما لا يتضح من شكل الانتشار درجة المعادلة التى نريدها حيث تكون النقط فى اتجاه عام غير واضح .

الفرق الأول = $\frac{١١-٦}{٢-١}$ ، $\frac{٣٩ - ١١}{٤ - ٢}$ ، $\frac{- ٥٤ - ٣٩}{٧ - ٤}$

الفرق الثانى = $\frac{١٤ - ٥}{٤-١}$ ، $\frac{- ٣١-١٤}{٧ - ٢}$ ،

الفرق الثالث = $\frac{- ٩-٣}{٧-١}$

وبالتعويض فى القانون السابق ينتج أن :

ص = ٦ + ٥ (س -١) + ٣ (س - ١) (س - ٢)
+ (-٢) (س - ١) (س - ٢) (س - ٤)
= ٦ +٥س - ٥ + ٣س^{٢} - ٩س + ٦-٢س^{٣} + ١٤ س^{٢} - ٢٨ س + ١٦
= ٢٣ - ٣٢ س + ١٧س^{٢} - ٢س^{٣}

وكمـــا ذكــرنا مـــن قـــبل فإن طريقة المربعات الصغرى **Method of least squares** تســـتخدم فـــى إيجـــاد دالة الدرجة الثانية وذلك عندما تكون النقط فى شكل الانتشـــار غير منتظمة إنتظاماً تاماً على المنحنى . ونظرا لوجود ثلاث مجاهيل فى دالة الدرجة الثانية هى أ ، ب ، جـ فإننا نستخدم المعادلات الثلاث التالية :

محــ ص = أ محــ س^{٢} + ب محــ س + ن جـ
محــ س ص = أ محــ س^{٣} + ب محــ س^{٢} + جـ محــ س
محــ س^{٢} ص = أ محــ س^{٤} + ب محــ س^{٣} + جـ محــ س^{٢}

ولتقدير قيم أ ، ب ، جـ نحتاج إلى قيم محــ س ، محــ ص ، محــ س ص ، محـــــ س^{٢} ص ، محـــــ س^{٢} ، محــ س^{٤} . ويمكن حل هذه المعادلات بالطرق الجبرية العاديـــة ، إلا إنـــه كلما كثر عدد المعادلات كلما كانت طرق الحل معقدة وذلك إذا اتبعنا طريقة المربعات الصغرى فى إيجاد دالة من درجة أعلى من الدرجة الثانية .

التفاضل :

أشــرنا فــيما سبق أن الدالة ما هى إلا تعبير رياضى عن العلاقة بين التغير فى متغيريــن أو أكثر . غير أن الباحث يحتاج أحياناً إلى تحديد معدل التغير فى المتغير أو المتغــيرات المستقلة فإذا كان المتغير س متغير مستقل والمتغير ص متغير تابع وحدث تغير فى قيمة س وليكن Δس ، فإنه من المنطقى أن يحدث تغير مناظر فى قيمة المتغير ص ، وليكن Δص . وعليه فإن نسبة التغير المتغير فى التابع ص إلى التغير فى المتغير المستقل س ما هى إلا معدل التغير فى الدالة .

ولتوضــيح مــا تقــدم نأخذ فى الاعتبار المثال التالى الذى يوضح العلاقة بين متغيرين هما س ، ص على اعتبار أن س تمثل عدد ساعات العمل ، ص تعبر عن كمية الإنتاج .

س	ص	Δس	Δص	$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$
١	١٢	١	١٢	١٢
٢	٢٦	١	١٤	١٤
٣	٥٠	١	٢٤	٢٤
٤	٩٠	١	٤٠	٤٠
٥	١٤٠	١	٥٠	٥٠
٦	٢٠٠	١	٦٠	٦٠
٧	٢٥٤	١	٥٤	٥٤
٨	٣٠٤	١	٥٠	٥٠
٩	٣٤٠	١	٣٦	٣٦
١٠	٣٦٠	١	٢٠	٢٠

ومــن المــثال الســابق يتضح أنه فى حالة العمل لمدة ٤ ساعات ، فإن الإنتاج الكلى يبلغ ٩٠ وحدة ، كما يلاحظ أن الإنتاج الحدى للوحدة الرابعة نفسها = ٤٠ وحدة لأن الزيادة فى كمية الإنتاج بين الوحدة الثالثة والرابعة = ٤٠ والزيادة فى الزمن ساعة واحدة أى أن الإنتاج الحدى = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{٤٠}{١}$ = ٤٠ وحــدة وهذا ما نعبر عنه بمعدل التعبير فى الدالة .

وجديـــر بالذكر أن معدل التغير فى دالة الدرجة الأولى يمثلها خط مستقيم ونظراً لأن مـــيل الخـــط المستقيم ثابت دائماً ، لهذا نجد أن معدل التغير فى دالة الدرجة الأولى ثابت دائماً ويمثله ب فى الدالة :

ص = أ + ب س

وأمـــا بالنســـبة لدالة الدرجة الثانية فإن الأمر يختلف عن ذلك تماماً لأن الميل يخـــتلف من نقطة إلى نقطة أخرى على المنحنى أى يختلف الميل باختلاف قيمة المتغير المســـتقل س ، أى أن ميل الدوال غير الخطية ليس ثابتا عند كل نقطة من نقط الدالة ، ولهذا فإن ميل الدالة غير الخطية يعتبر فى حد ذاته دالة للمتغير المستقل إذ تتوقف قيمة الميل على قيمة س .

وفى التحليل الاقتصادى نهتم بتحديد معدل التغير فى الدالة وذلك لاستنتاج التغير الحـــدى أى قياس التغير فى متغير تابع معين إذا تغير المتغير المستقل تغيرا بسيطا جدا يكاد يكون صفراً ولكن دون أن يصل إليه فعلاً .

وهذا ما يتكفل به علم التفاضل **Differentiation** حيث أنه يبحث فيما يؤول إليه معدل التغير لجميع الدوال عند النقط المختلفة عندما تؤول Δس إلى الصفر وبالتالى فإنه يمكن القول بأن معدل التغير فى الدالة عند نقطة معينة هو نهاية $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ عندما يؤول التغير فى س إلى الصفر .

ويطلق على ناتج هذه العملية المشتقة الأولى للدالة أو المعامل التفاضلى الأول للدالة . ومـــن الناحية الرياضية نجد أن المعامل التفاضلى الأول يمثل ميل المنحنى الذى يمثل الدالة عند نقطة ما ويرمز له بالرمز : $\frac{د\ ص}{د\ س}$

ولإيجاد قيمة المشتقة الأولى للدالة يمكن تطبيق بعض نظريات علم التفاضل والتى يمكن تلخيصها كالتالى :

١- المعامل التفاضلى لكمية ثابتة = صفر

فإذا كانت ص = أ حيث أ كمية ثابتة فإن

$$\frac{د\ ص}{د\ س} = صفر$$

وهـــذا منطقى ، لأنه إذا رسمنا الدالة ص = أ لحصلنا على خط مستقيم يوازى محـــور السينات ، ويكون ميل هذا الخط عند أى نقطة عليه = صفر . ولهذا فإن معدل التغير فى الدالة = صفر لجميع قيم س . أما إذا كانت الكمية الثابتة مضروبة فى المتغير المســـتقل ؛ فإنهـــا تبقى عند إجراء التفاضل حيث أن ضربها فى المتغير المستقل يؤثر علـــى التغـــير فـــى الدالـــة ، وبذلك لا يكون من المنطقى تحويلها إلى صفر عند إجراء التفاضل .

٢- المعامل التفاضلى لمتغير مرفوع إلى قوة معينة = ضرب المتغير فى أسه وإنقاص أسه بمقدار واحد صحيح . فمثلا إذا كانت ص = $س^{ن}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ن . $س^{ن-١}$.
ويسرى هذا سواء كانت ن عدد صحيحا أو كسرا وسواء كانت ن مقدار سالبا أو موجبا.

مثال (٦) : أوجد المعامل التفاضلى للدالة :

ص = $س^{٣}$

الحل :

$$\frac{د ص}{د س} = ٣ س^{٢}$$

مثال (٧) : أوجد المعامل التفاضلى للدالة :

ص = $س^{٤}$ + ٧

الحل :

$$\frac{د ص}{د س} = ٤ س^{٣} + صفر = ٤ س^{٣}$$

٣- تفاضل حاصل جمع أو باقى طرح عدة دوال = حاصل جمع أو باقى طرح تفاضلات هذه الدوال .

مثال (٨) : أوجد المشتقة الأولى للدالة :

ص = ٣ $س^{٢}$ + ٢س

الحل :

$$\frac{د ص}{د س} = ٦ + ٢$$

٤- تفاضل حاصل ضرب دالتين =(الدالة الأولى× تفاضل الدالة الثانية) + (الدالة الثانية × تفاضل الدالة الأولى) .

مثال (٩) : أوجد المشتقة الأولى للدالة :

$$\text{ص} = \text{س}^{٣}\,\text{س}^{٢}$$

الحل :

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = (\text{س}^{٣} \times ٢\,\text{س}) + (\text{س}^{٢} \times ٣\,\text{س}^{٢})$$

$$= ٢\,\text{س}^{٤} + ٣\,\text{س}^{٤} = ٥\,\text{س}^{٤}$$

مثال (١٠) : أوجد المعامل التفاضلى للدالة :

$$\text{ص} = (\text{س} + ٢)\,(\text{س} + ١)$$

الحل :

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = (\text{س} + ٢) \times ١ + (\text{س} + ١) \times ١$$

$$= \text{س} + ٢ + \text{س} + ١$$

$$= ٢\,\text{س} + ٣$$

٥- تفاضل خارج قسمة دالتين =

$$\frac{(\text{المقام} \times \text{تفاضل البسط}) - (\text{البسط} \times \text{تفاضل المقام})}{\text{مربع المقام}}$$

مثال (١١): إذا كانت ص = $\frac{\text{س}^{٨}}{\text{س}^{٣}}$ فأوجد المعامل التفاضلى لها

الحل :

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{(\text{س}^{٣} \times ٨\,\text{س}^{٧}) - (\text{س}^{٨} \times ٣\,\text{س}^{٢})}{\text{س}^{٦}}$$

$$\frac{٨\,\text{س}^{١٠} - ٣\,\text{س}^{١٠}}{\text{س}^{٦}} = \frac{٥\text{س}^{١٠}}{\text{س}^{٦}}$$

$$= ٥\text{س}^{٤}$$

وإذا اشتملت الدالة على أكثر من متغير مستقل واحد ، فإنه يتم استنتاج المعامل التفاضلى الأول للدالة بالنسبة لمتغير مستقل واحد وذلك على أساس اعتبار المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة . فإذا كانت حدودا بمفردها تتحول إلى الصفر ، أما إذا كانت مضروبة فى المتغير الآخر ، فإنها تبقى كما هى .

مثال (١٢) :

أوجد $\frac{د ص}{د س}$ للدالة : ص = ٥ $س^٣$ + ٣$س^٢$ ع + ٣$ع^٢$

الحل :

$\frac{د ص}{د س}$ هو المعامل التفاضلى الأول الجزئي على أساس اعتبار ع ثابتا

إذا $\frac{د ص}{د س}$ = ١٥ $س^٢$ + ٦ س ع + صفر

= ١٥ $س^٢$ + ٦ س ع

النهايات العظمى والصغرى لدوال متغير واحد :

تــتحدد الـــنهايات العظمى بنقط القمة ، كما تتحدد النهايات الصغرى بنقط القاع علـــى المنحنى . والمقصود بالنهاية العظمى هو النهاية العظمى النسبية أى أقصى قيمة يمكن أن تصل إليها الدالة خلال مرحلة معينة أى بالنسبة للقيم المجاورة لها سواء تلك التى قبلها أو تلك التى بعدها . والمقصود بالنهاية الصغرى هو النهاية الصغرى النسبية أى أقل قيمة تصل إليها الدالة خلال مرحلة معينة بالنسبة للنقط المجاورة لها مباشرة . وتــتحدد النقط التى تعتبر نهايات عظمى أو صغرى عندما يكون ميل المنحنى عند هذه النقط خطاً أفقياً موازياً للمحور الأفقى ، ومعنى هذا أنه عندما تكون الدالة نهاية عظمى أو نهاية صغرى فإن المشتقة الأولى عند هذه النقط = صفر .

ويمكن الوصول إلى هذه النهايات باتباع الطريقة التالية :

١) نحصل على المعامل التفاضلى الأول للدالة .

٢) تتم معادلة المعامل التفاضلى الأول للدالة بالصفر ونوجد قيمة أو قيم س' وبذلك فإننا نحدد النقطة أو النقط التى يكون ميل المماس عندها = صفر .

٣) لــتحديد طبيعة النقطة من حيث كونها نهاية عظمى أو نهاية صغرى ندرس ميل المماس للمنحنى عند نقطة قبل هذه النقطة ونقطة أخرى بعدها . فإذا كان الميل قــبل النقطة موجبا وبعدها سالبا كانت النقطة نهاية عظمى ، وعلى العكس إذا كان الميل قبل النقطة سالباً وبعدها موجباً كانت النقطة نهاية صغرى .

٤) نوجد المعامل التفاضلى الثانى وهو يعبر عن معدل التغير فى المعامل التفاضلى الأول ، فــإذا كانت قيمة المعامل التفاضلى الثانى سالبة عند النقطة كانت النقطة نهايـــة عظمى ، أما إذا كانت قيمة المعامل التفاضلى الثانى عند النقطة موجبة كانت النقطة نهاية صغرى .

مثال (١٣) : أوجد النهاية العظمى والصغرى للدالة الآتية باستخدام المشتقة الثانية :

$$ص = \frac{١}{٢} س^{٣} + س^{٢} - ٨ س$$

الحل :

$$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} + ٢س - ٨$$

تعادل المشتقة الأولى بالصفر :

$س^2 + 2 س - 8 =$ صفر

(س + ٤) (س - ٢) = صفر

س = - ٤ أو س = ٢

وبذلك تحددت النقط التى يكون ميل المماس عندها = صفر ، ثم نوجد المشتقة الثانية :

$$\frac{د^2 ص}{د س^2} = 2 س + 2$$

وبالتعويض بقيمة س = -٤ فى المشتقة الثانية ينتج أن :

$$\frac{د^2 ص}{د س^2} = - 8 + 2 = - 6$$

وحيث أن القيمة سالبة

إذا عند النقطة س = - ٤ تكون الدالة نهاية عظمى

كذلك نعوض بقيمة س = ٢ فى المشتقة الثانية .

$$\frac{د^2 ص}{د س^2} = 4 + 2 = 6$$

وحيث أن القيمة موجبة

إذا عند النقطة س = ٢ تكون الدالة نهاية صغرى .

التكامل :

التكامل Integration عبارة عن عملية استنتاج الدالة التى تكون المشتقة الأولى لها معلومة . وهذا يعنى أن التكامل عملية عكسية للتفاضل . فإذا كانت لدينا المشتقة الأولى لدالة معينة وأردنا الحصول على الدالة الأصلية فإن هذه العملية تسمى بالتكامل ويرمز بالرمز :

f د (س) ء س

وتقرأ تكامل الدالة د (س) بالنسبة للمتغير س

وإجـــراء عملية التكامل يعتبر مفيدا من ناحية الدراسات الاقتصادية فمثلا يمكن أن يكـــون لدينا دالة تقيس التكلفة الحدية ونرغب فى إيجاد دالة التكلفة الكلية حيث أن دالة الـــتكلفة الكلـــية = تكامل دالة التكلفة الحدية . ويتم إجراء عملية التكامل باتباع بعض القواعد التالية :

١- لإيجاد تكامل المشتقة يضاف ١ إلى الأس المرفوع إليه المتغير المستقل س ثم يقسم معامل س على أسها بعد إضافة ١ إليه .

مثال (١٤) :

أوجد $\int$ ٥س^{٤} . ء س

الحل

$\int$ ٥س^{٤}. ء س = س^{٥}

٢- لا تظهر ثوابت الدوال الأصلية فى المشتقة ، وبالتالى لا يمكن بمعرفة المشتقة فقط تحديـــد هـــذه الثوابت وعليه فإنه يضاف إلى ناتج التكامل الرمز حـــ ويسمى بثابت الـــتكامل . أمـــا إذا عرفنا هذا المقدار الثابت فإننا نضيفه إلى ناتج التكامل حتى يكون تكاملا محددا . فمثلاً إذا عرفنا دالة التكاليف الحدية فإنه بإجراء التكامل نصل إلى دالة التكالـــيف المتغـــيرة فإذا علم لدينا التكاليف الثابتة نضيفها إلى دالة التكاليف المتغيرة وبذلـــك تتحقق دالة التكاليف الكلية . كذلك فإننا نستطيع معرفة قيمة ثابت التكامل إذا توافرت لدينا معلومات إضافية تؤدى إلى تحديد الدالة الأصلية تحديداً قاطعاً .

مثال (١٥):

أوجد $\int$ ٢ س ٠ ء س إذا علمت أن ص = ٦ عندما تكون س = ١

الحل :

نحدد الدالة تحديداً كاملاً كما يلي :

$\int$٢ س ٠ ء س = س^{٢} + جـــ

نفرض أن ص = س^{٢} + جـــ

وبالتعويض عن قيمة كل من س ، ص المعروفة لدينا نحصل على قيمة حـــ .

∴ ٦ = ١ + جـــ

∴ جـــ = ٥

وتكون الدالة كاملة هى : ص = س^{٢} + ٥

٣- تكامل المقدار الثابت فى المشتقة = المقدار الثابت × س

مثال (١٦) :

أوجد دالة التكاليف الكلية إذا علمت أن التكاليف الثابتة = ١٠٠ جنيه وأن التكاليف الحدية = ٦س^{٢} + ٦س + ٥

الحل :

مجموع التكاليف المتغيرة = تكامل دالة التكاليف الحدية

= ٢ س^{٣} + ٣س^{٢} + ٥س

∴ التكاليف الكلية = ٢س^{٣} + ٣س^{٢} + ٥س +١٠٠

المتباينات :

إذا كان أ عدد حقيقى ، ب عدد حقيقى آخر لا يساوى (أ) فإن العلاقة بينهما يمكن أن نعبر عنها بأحد الرمزين الآتيين :

< (أصغر من) ، > (أكبر من)

فتقول مثلا (أ) < ب أو أ > ب

وتمثل المتباينات القيود المختلفة التى يتم إعداد البرامج الخطية فى إطارها وهذه القيود تتعلق عادة بالموارد المحدودة أ ، م المنشأة مثل المواد أو العمل أو رأس المال أو الآلات إلخ . وبمعنى آخر فإن إعداد البرامج الخطية (الدوال موضوع البحث هى دوال خطية) يعتمد على كيفية رسم المتباينات وكيفية الوصول إلى الحد الأقصى أو الحد الأدنى للدالة . فإذا كان الهدف هو تحقيق أقصى ربح ؛ فالدالة هى دالة الربح ، وإذا كان الهدف هو تحقيق أقل تكلفة ؛ فالدالة هى دالة التكلفة ، أما المتباينات فهى التى تمثل القيود التى تواجه المؤسسة فى استخدام عناصر الإنتاج .

ولرسم المتباينة يتعين علينا أن نتبع الخطوتين التاليتين :

١) نحول المتباينة إلى معادلة ونرسم الخط الذى يمثل هذه المعادلة .

٢) تحديد نصف الفراغ الذى تقع به النقط التى تحقق المتباينة وهل يقع أعلى أم أسفل الخط (أو يمين الخط أو يساره) حيث أن الخط البيانى الذى يمثل الدالة يفصل بين فراغين ويمكن رسم المتباينة بسرعة إذا وضعنا معادلة الخط المستقيم على الصورة :

$$\frac{ص}{أ} + \frac{س}{ب} = ١$$

حيث أ = الجزء المقطوع من محور الصادات

، ب = الجزء المقطوع من محور السينات

مثال (١٧) : ارسم المتباينة ص < ٤ - ٢ س

الحل : نفرض أن ص = ٤ -٢س

∴ ص +٢س = ٤

$$\frac{\text{١}}{\text{٤}}\,\text{ص} + \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{س} = \text{١}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{٤}} + \frac{\text{س}}{\text{٢}} = \text{١}$$

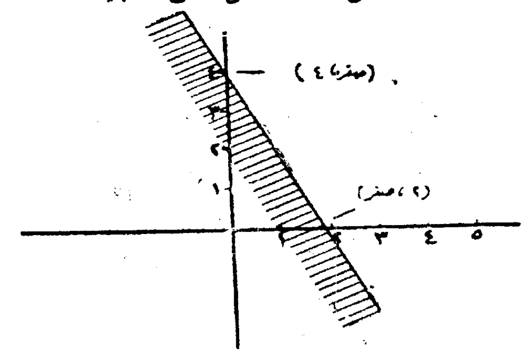
∴ الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤

، الجزء المقطوع من محور السينات = ٢

ويوضح الشكل (١) رسم المتباينة

ص < ٤ - ٢ س

حيث يمثل الجزء المظلل من الفارغ المنطقة التى تحقق المتباينة



شكل رقم (١)

مثال (١٨) : حدد الفراغ الذى يحقق المتباينتين

س + ٢ ص > ٨

، س + ص > ٦

الحل :

بافتراض أن الدالة الأولى متساوية ∴س + ٢ ص = ٨

$$\frac{س}{٨} + \frac{ص}{٤} = ١$$

∴ الجزء المقطوع من محور السينات = ٨

، الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤

وبافتراض أن الدالة الثانية متساوية

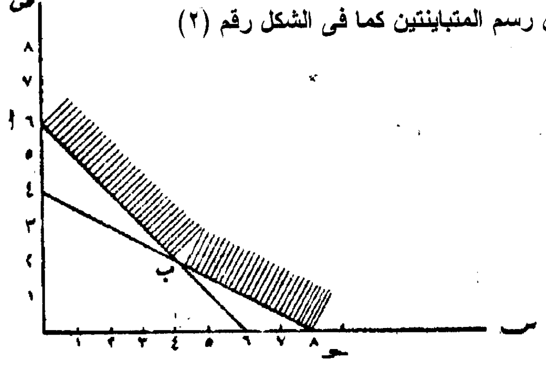
س + ص = ٦

$$\frac{س}{٦} + \frac{ص}{٦} = ١$$

∴ الجزء المقطوع من محور السينات بالنسبة للدالة الأولى = ٦

، الجزء المقطوع من محور الصادات = ٦

وعليه يمكن رسم المتباينتين كما فى الشكل رقم (٢)



شكل رقم (٢)

ويكـــون الفراغ الذى يحقق المتباينتين سويا هو الفراغ المظلل فى الشكل سالف الذكـــر والمحـــدد بالخط المنكسر أ ب جـــ وبالرغم من أن النقط أ ، ب ، جـــ . تمثل الـــنهايات الصغرى للمحدب إلا أن واحدة فقط قد تكون هى التى نبحث عنها . فإذا كانت س تمـــثل إحـــدى السلع وسعر تكلفة الواحدة منها = ٢، ص تمثل سلعة أخرى وسعر تكلفة الوحدة منها = ٥ فتكون التكلفة الكلية عند كل من النقط الثلاث كالتالى :

عند النقطة أ : س = صفر ، ص = ٦

∴ التكلفة الكلية = ٦ × ٥ = ٣٠

، عند النقطة ب : س = ٤ ، ص = ٢,٥

∴ التكلفة الكلية = ٤ × ٢ +٢,٥ × ٥ = ٢٠,٥

، عند النقطة جـــ : س = ٨ ، ص = صفر

∴ التكلفة الكلية = ٨ × ٢ = ١٦

وبذلك يتحقق عند النقطة جـــ أقل تكلفة كلية على أساس تكلفة كل من السلعتين .

الفصل الثانى

تحليل سلوك المستهلك

Analysis of Consumer Behaviour

تمهيد :

يعنى تحليل توازن المستهلك تحليل القوى المختلفة التى تحكم سلوكه فى توزيع دخله بين السلع الاستهلاكية المختلفة التى ينفق عليها هذا الدخل . والمقصود بالتوازن هـو الوصـول إلـى وضـع يكون فيه تعادل بين طرفين بحيث ينتج عن ذلك حالة من الاسـتقرار أو السكون . وفى المعنى الاقتصادى يكون المستهلك فى حالة توازن عندما يـتحقق له وضع معين لا يرغب فى تغييره لأنه يعتبر أفضل وضع ممكن له فى ظروف دخله النقدى الثابت والأسعار السائدة للسلع . فإذا حدث مثلا أن تغير دخل المستهلك أو أسـعار إحـدى السلع أو غيرها من المتغيرات الأخرى خرج التوازن الأول عن وضعه وربما وجدنا أنفسنا عند توازن جديد .

ويفـترض الفكر الاقتصادى الرأسمالى أن المستهلك يسلك سلوكا رشيدا بمعنى أنـه يخـتار - بعد إمعان وتفكير - السلع المختلفة التى يشتريها للحصول على أقصى منفعة ممكنة . غير أننا نعرف أن كثيرا من الأفراد لا يختارون السلع المختلفة بحرص وتدقيق وإنما يتصرفون وفق ما تمليه عليهم عاداتهم الشرائية حيث تعتبر العادة أعظم مقتصـد للطاقـة الذهنـية . ولكن إذا أخذنا دور المادة فى الاعتبار ، ، فإننا نكون امام أنمـاط من السلوك البشرى لا حصر لها . لذلك فإننا نفترض أن المستهلك الذى ندرس تصرفاته هو مستهلك رشيد يختار السلع الذى تحقق له أقصى منفعة فى حدود الظروف الموجودة . وهذا الفرض يلغى السلوك الخاطئ . فإذا فضل مستهلك ما أ عن ب وفضل ب عن جـ فإن ذلك يلزمه بأن يفضل أ عن جـ .

وحقـيقة فالمستهلك غالبا ما يكون جاهلاً بأفضل الطرق التى تشبع حاجاته وقد تنقصـه المعرفة الكاملة عن كثير من السلع التى يشتريها ، وقد يخيب أمله فى الشراء عـندما يجـد أن المنفعة التى حصل عليها أقل من المنفعة التى كان يتوقعها ولكن هذه الحالات الاستثنائية - الجهل والمعرفة غير الكاملة والفجوة بين ما توقعه المستهلك وما تحقق - لا تستحق البحث والاهتمام من وجهة نظر الفكر الاقتصادى الرأسمالى .

كذلـك يتضـمن تحليل توازن المستهلك افتراضا آخر وهو أن أذواق المستهلك وميولـه ثابتة على الأقل فى الفترة القصيرة فالمستهلك موضوع بحثنا ليس متقلبا فى ميوله ورغباته يدرك ما يريد ويعمل على إشباع رغباته بناء على ذلك .

أولاً : تحليل سلوك المستهلك باستخدام المنفعة العددية :

Analysis of Consumer Behaviour By Using Cardinal Vtility :

يقوم التحليل النيوكلاسيكى لنظرية سلوك المستهلك على أساس المنفعة العددية Cardinal Utility والمنفعة العددية النيوكلاسيكية تعنى أن المنفعة يمكن قياسها عددياً بوحدات تسمى " وحدات المنفعة " Utility Units . فالمستهلك يفترض فيه أنه قادر على أن يعين لكل سلعة يستهلكها رقما يمثل وحدات المنفعة التى يشتقها من استهلاكها . فمثلا يمكن القول بأن التفاحة تدر على المستهلك ٤ وحدات منفعة والبرتقالة تدر عليه ٢ وحدة من وحدات المنافع .

ولنفرض أن وحدة واحدة من السلعة تعطى المستهلك مقدار معيناً من المنفعة ، ووحدتين من هذه السلعة تعطى مقدارا أكبر من المنفعة ، وثلاث وحدات لازالت تعطى أكبر وهكذا . ومع زيادة الكمية تزداد المنفعة الكلية تزداد بمعدل متناقص بمعنى أن الزيادات أو الإضافات المتتابعة تصبح أصغر فأصغر : فعلى سبيل المثال إذا كانت المنفعة الكلية لثلاث وحدات من سلعة معينة = ١٠ والمنفعة الكلية لأربع وحدات = ١٥ والمنفعة الكلية لخمس وحدات = ١٨ ، فإنه يحق لنا أن نتوقع أن تكون المنفعة الإضافية التى يحصل عليها من الوحدة الثالثة . وهنا يمكن القول بأن المنفعة الحدية تعادل مقدار الإضافة إلى المنفعة الكلية . فالمنفعة الحدية للوحدة الرابعة هى الزيادة التى يحصل عليها شخص معين من استهلاك أربع وحدات من السلعة بدلا من ثلاث وحدات والمنفعة الحدية للوحدة الخامسة هى الزيادة التى يحصل عليها المستهلك من استهلاك خمس وحدات بدلا من أربع وحدات من السلعة . وعليه فالمنفعة الحدية للوحدة الرابعة من هذه السلعة ١٥ -١٠=٥ والمنفعة الحدية للوحدة الخامسة = ١٨-١٥=٣ .

وهكذا يبدو أن المنفعة الحدية للسلعة متناقضة ، بمعنى أن منفعة الوحدة الأخيرة تكون دائما أقل من منفعة الوحدة السابقة لها . وهذا ما يطلق عليه قانون تناقص المنفعة الحدية . وبشكل آخر يمكن القول بأن القاعدة العامة بالنسبة للمنفعة الحدية هو التناقص . فكل وحدة إضافية تستهلك تؤدى إلى زيادة فى المنفعة الكلية ، ولكن بمقدار أقل من المقدار الذى ترتب على استهلاك الوحدة السابقة عليها .

وكمـــا ينطبق قانون تناقص المنفعة الحدية على السلع والخدمات ، كذلك ينطبق هـــذا القانون على الدخل النقدى فالمنفعة الحدية لوحدات الدخل تتناقص كلما كان حجم هـــذا الدخل أكبر . ومعنى ذلك أنه ينبغى أن نتوقع أن المنفعة الحدية لدخل الرجل الغنى تقـــل عن المنفعة الحدية لدخل الرجل الفقير فإذا حصل مستهلك على دخل سنوى قدره ١٥٠٠جنيه ، فإن المنفعة الحدية للنقود ستكون أكبر مما لو حصل هذا المستهلك نفسه علـــى دخل سنوى مقداره ٥٠٠٠جنيه فالمستهلك الذى يحصل على ١٥٠٠ جنيه سنويا يكـــون أكثر حرصا على الجنيه حيث أن الجنيه الإضافى المنفق يعطيه منفعة أو إشباع أكبر إذا كان دخله منخفضا ، ويحدث العكس فى حالة ما إذا كان دخله مرتفعاً .

وهنا يمكن القول بأنه إذا كانت منفعة الجنية الواحد تعادل ٢٠ وحدة من وحدات المـــنافع بالنسبة لمستهلك يحصل على دخل سنوى قدره ١٥٠٠جنيه فإن منفعة الجنيه الواحـــد تكون أقل من ٢٠ وحدة منفعة إذا حصل هذا المستهلك على دخل قدره ٥٠٠٠ جنيه فى نفس الفترة الزمنية . فكلما كان الدخل كبير ، كلما قلت وحدات المنفعة بالنسبة للجنـــيه الواحد . ولتوضيح أهمية منفعة أسعار النقود بالنسبة للمستهلك ، فقد افترضنا أن مـــنفعة الجنـــيه الواحـــد تســـاوى ٢٠ وحدة من وحدات المنافع ، وعليه فإذا دفع المســـتهلك جنـــيها واحداً لشراء شيء ما فهو يتخلى عن ٢٠ وحدة منفعة ، وإذا دفع خمس جنيهات فهو يضحى بمائة وحدة من وحدات المنافع وهكذا .

وعلـــى أســـاس ما سلف ذكره ، فإننا نستطيع الآن معرفة كيف يتحقق توازن المســـتهلك بالنســـبة لمشترياته من سلعة واحدة ، ويمكننا الاستعانة بالتقديرات التالية الخاصة بالمنفعة الحديثة التى يستمدها مستهلك معين من استهلاكه لوحدات متتابعة من السلعة س بالجدول التالى :

وحدات السلعة س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
المنفعة الحدية (وحدات منفعة)	٤٠	٣٦	٣٢	٢٤	٢٠	١٦	١٢

فـــإذا فرضـــنا أن سعر الوحدة من السلعة فى السوق ١٠ جنيهات، وأن منفعة الجنـــيه الواحـــد (المـــنفعة الحديـــة للنقود) وهى وحدتين من وحدات المنفعة ، فإن المستهلك يكون فى حالة توازن – أى يحصل على أقصى منفعة ممكنة – عندما يشترى ٥ وحـــدات من هذه السلعة . ويمكننا أن ندلك على أن هذه الكمية ستعطيه أكبر من قدر من الإشباع أو المنفعة على النحو الموضح بالجدول التالى :

وحدات السلعة س	م.ح مضحى	م.ح المكتسبة	م.ك المكتسبة	م ك مضحى بها	فائض المستهلك
			بالجنيه	بالجنيه	بالجنيه
١	١٠	٢٠	٢٠	١٠	١٠
٢	١٠	١٨	٣٨	٢٠	١٨
٣	١٠	١٦	٥٤	٣٠	٢٤
٤	١٠	١٢	٦٦	٤٠	٢٦
٥	١٠	١٠	٧٦	٥٠	٢٦
٦	١٠	٨	٨٤	٦٠	٢٤
٧	١٠	٩	٩٠	٧٠	٢٠

ويلاحظ من الجدول السابق أن المستهلك إذا اشترى وحدة واحدة من السلعة س فإنـه يدفع فيها ١٠ جنيهات . وإذا اشترى وحدتين فإنه يدفع فيها ٢٥ جنيها وهكذا ، بمعـنى أنه يضحى بهذا السعر الإجمالى أو يضحى بمنفعة هذه النقود المنفعة فى سبيل الحصول على منفعة يستمدها من وحدات السلعة المشتراه .

فالمستهلك فى هذه الحالة لن يشترى أكثر من ٥ وحدات من س لأنه يدفع فيها ٥×١٠=٥٠جنـيها أى أنـه يضحى بمنفعة هذا المبلغ وهو فى مقابل ذلك يحصل على خمـس وحدات منها منفعتها الكلية تساوى فى نظره ٧٦ جنيها. وبالتالى سيحصل على فـائض قـدره ٢٦ جنيها ، وإذا اشترى أكثر وليكن ٦ وحدات مثلا فإنه يضحى ستين جنـيها وفـى مقـابل ذلك سيحصل على منفعة كلية تساوى فى نظره ٨٤ جنيها ولكن الفـائض الـذى سيحصـل عليه فى هذه الحالة سيكون أقل من ذلك المتحصل عليه من شـراء خمس وحدات فقط . وعليه فإن شراء خمس وحدات من السلعة س هى الكمية المـثلى لأنهـا الكمـية الوحيدة التى تحقق للمستهلك أقصى قدر ممكن من المنفعة أو الإشـباع ومن ثم يمكن القول بأن المستهلك يكون فى حالة توازن عند الوحدة الخامسة إذ عـند هذه الوحدة تتعادل المنفعة الحدية المكتسبة مع المنفعة الحدية المضحى بها . أى أن المستهلك يكون فى حالة توازن بالنسبة لسلعة واحدة فى ظل الاقتصاد النقدى إذا كانت:

م.ح المكتسبة = م .ح المضحى بها .

بينما يمكن الوصول إلى معادلة أخرى لتوازن المستهلك بالنسبة لمشترياته من السلعة س فالمستهلك يحصل من الوحدة الخامسة للسلعة على ٢٠ وحدة منفعة ، كما يحصل أيضا من العشرة جنيهات المضحى بها على منفعة قدرها ٢ × ١٠ وحدة منفعة . وعليه فالوحدة الخامسة تستحق الشراء بالكاد . أما الوحدة السادسة فهى تعطى منفعة حدية أقل من المنفعة التى يحصل عليها من ١٠ جنيهات . ومن ناحية أخرى فإذا اشترى المستهلك ٤ وحدات فقط فإن تكون له ميزة الفرصة فى شراء شيء آخر يعطى منفعة أكبر من تلك التى تقدمها له العشرة جنيهات . وعليه يمكن القول بأن المستهلك يكون فى حاة توازن بالنسبة لسلعة واحدة عندما تكون :

م.ح = ن × ث

حيث م.ح هى المنفعة الحدية للسلعة س ، ن هى المنفعة الحدية للنقود ، ث هى سعر الوحدة من السلعة س . وهنا بالنسبة للسلعة س ، فإن المعادلة توضح أن ٢٠ وحدة منفعة تعادل ٢ وحدة منفعة للجنيه الواحد مضروبة فى ١٠ . وللتعميم يكون المستهلك فى حالة توازن بالنسبة لمشترياته من سلعة واحدة عندما تكون المنفعة الحدية للسلعة مساوية لسعرها مضروبا فى المنفعة الحدية للنقود .

ونستطيع الآن أن نخطو خطوة أخرى نحو معرفة الكيفية التى يتخذ بها المستهلك قرارة عندما يشترى أكثر من سلعة واحدة ولنفرض أن المستهلك يشترى سلعتين هما أ ، ب وأن الأسعار السائدة بالنسبة لكل منهما هى $ث_{أ}$ ، $ث_{ب}$ ، والمنفعة الحدية للدخل النقدى بالنسبة للمستهلك هى ن . ففى ظل هذه الفروض تكون :

$$م.ح_{أ} = ن \times ث_{أ} \qquad (١)$$

$$م.ح_{ب} = ن \times ث_{ب} \qquad (٢)$$

وإذا قمنا بقسمة المعادلة الأولى على المعادلة الثانية فإننا نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{م.ح_{أ}}{م.ح_{ب}} = \frac{ث_{أ}}{ث_{ب}} \qquad (٣)$$

ومن المعادلة (٣) يمكن أن نستنتج أنه إذا كان سعر السلعة أ ضعف سعر السلعة ب فإن $م.ح_{أ}$ تكون ضعف $م.ح_{ب}$. وفى هذه الحالة يقوم المستهلك بتعديل الكميات التى يشتريها للوصل إلى هذه النتيجة حيث تظهر لنا هذه المعادلة مدى التناسب بين المنافع الحدية والأسعار .

ويمكن وضع المعادلة السابقة فى الصيغة التالية (المعادلة رقم ٤) :

$$\frac{\text{م . ح أ}}{\text{ث أ}} = \frac{\text{م. ح ب}}{\text{ث ب}} = \text{ن} \qquad (٤)$$

وهـذه المعادلـة الأخـيرة رقم (٤) تبين أن منفعة الجنيه الأخير المنفق على السلعة أ تعادل منفعة الجنيه الأخير المنفق على السلعة ب فالمستهلك يقوم بتوزيع دخله (فى أى فترة زمنية معينة) بحيث تكون المنفعة الحدية للجنيهات الأخيرة المنفقة على كـل سلعة متساوية . وهذا لا يعنى أن تتساوى كميات النقود التى ينفقها على كل سلعة حيث أنه من الطبيعى أن تختلف هذه الكميات من النقود اختلافا كبيرا . ولكن المهم هو أن يعـود علـيه الجنيه الأخير الذى ينفق على سلعة معينة بمنفعة إضافية (أو منفعة حدية) تتساوى مع المنفعة الإضافية التى تعود عليه من الجنيه الأخير الذى ينفقه على أية سلعة أخرى . ويتضح ذلك لو تصورنا وضعا يحصل فيه المستهلك من الجنيه الأخير الذى ينفقه على السلعة أ على عشر وحدات من المنفعة ، بينما يحصل من الجنيه الأخير الـذى يـنفقه علـى السـلعة ب على ثلاث وحدات من المنفعة . عندئذ فإن من صالح المستهلك أن يقلل من إنفاقه على السلعة ب بمقدار جنيه (مضحيا على هذا النحو بثلاث وحـدات من المنفعة) ويزيد من إنفاقه على السلعة أ بمقدار جنيه (حاصلا بذلك على وحدات إضافية من المنفعة قد تكون ٩ أو ٨ أو ٧ أو أى رقم طالما أنه يزيد على ثلاث وحـدات) ويسـتمر فـى هذه العملية أى نقل الإنفاق من السلعة ب إلى السلعة أ حتى تصبح منفعة الجنيه الأخير على السلعة أ مساوية لمنفعة الجنيه الأخير الذى ينفق على السـلعة أ كلما نقصت المنفعة الحدية للنقود التى تنفق على هذه السلعة ، وكلما أنقص من إنفاقه على السلعة ب كلما زادت المنفعة الحدية للنقود التى تنفق على تلك السلعة .

والقـاعدة المتـبعة فـى تحقيق توازن المستهلك عندما يشترى عددا كبيرا من السلع يمكن صياغتها فى المعادلة رقم (٥) كالتالى :

$$\frac{\text{م.ح أ}}{\text{ث أ}} = \frac{\text{م ح ب}}{\text{ث ب}} = \frac{\text{م.ح جـ}}{\text{ث جـ}} = \frac{\text{م.ح د}}{\text{ث د}} = \text{ن} \qquad (٥)$$

حيـث أن أ ، ب ، جـ ، د ، ... هى السلع التى يحتاجها المستهلك ، ن هى المنفعة الحدية للنقود فى وضع التوازن .

وهكـــذا يـــتحقق وضع التوازن عندما تطلب كل سلعة من السلع إلى الحد الذى تصـــبح فـــيه المـــنفعة الحدية للنقود المنفقة عليها متساوية مع المنفعة الحدية للنقود المنفقة على أى

سلعة أخرى ، أى أن $\frac{م.ح}{ث}$ تتساوى بالنسبة لجميع السلع .

وقـــد يختل التوازن الذى حققه المستهلك نتيجة تغير سعر إحدى السلع أو تغير دخل أسعار أو سعر سلعة أخرى . وهنا فإن المستهلك لابد أن يعيد نظرة فى مشترياته حـــتى يصل إلى وضع جديد للتوازن . فتغير سعر إحدى السلع التى يشتريها المستهلك يجعل الكسر $\frac{م.ح}{ث}$ غير متساو بالنسبة لجميع السلع . فارتفاع سعر إحدى السلع

يـــؤدى إلى إنقاص الكمية المشتراه منها حتى ترتفع المنفعة الحدية لها ويكون نـــاتج الكســـر الجديـــد مســـاويا لناتج بقية الكسور الأخرى . والعكس يحدث فى حالة انخفاض سعر السلعة ويختل التوازن كذلك إذا تغيرت أسعار السلع الأخرى حيث يتضح أن التغـــير فـــى الأسعار يؤدى إلى عدم تساوى نتائج الكسور التى تكون قاعدة التوازن السابقة.

كذلك إذا تغير الدخل بالنسبة للمستهلك ، فإن المنفعة الحدية لهذا الدخل تتغير ، وبذلـــك تتغـــير قيمة الوحدة النقدية بالنسبة له . والمعروف أن زيادة الدخل تؤدى إلى إنقـــاص منفعـــته الحدية وبذلك لابد أن يعمل المستهلك على زيادة مشترياته من السلع المختلفة حتى تنقص منفعتها الحدية وحتى تتساوى نتيجة كل كسر ($\frac{م.ح}{ث}$) مـــــــع المنفعة الحدية .

الجديدة للدخل النقدى . والعكس يحدث فى حالة انخفاض الدخل النقدى .

مثال (١) :

إذا علمت أن دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما هى :

م .ك = ١٠٥ س − ٥س^{٢}

حيث س تمثل وحدات السلعة

فأوجد :

أولا : المنفعة الحدية على أساس اتصال التغير فى مشتريات المستهلك .

ثانيا : المنفعة الحدية على أساس عدم اتصال التغير فى مشتريات المستهلك .

الحل :

م.ح علـــى أساس اتصال التغير فى مشتريات المستهلك = المعامل التفاضلى الأول لدالة المـــنفعة الكلـــية حيـــث يقيس هذا المعامل ميل الدالة عند كل نقطة على المنحنى الذى يمثلها .

$$\therefore \quad م \cdot ح \quad = \quad = \quad \frac{ء\ م.ك}{ء\ س} = ١٠٥ - ١٠س$$

وبالتعويض فى هذه الدالة عن كل وحدة من وحدات السلعة نحصل على المنفعة الحديـــة المتصـــلة أما المنفعة الحدية غير المتصلة هى الزيادة فى المنفعة الكلية نتيجة زيادة مشتريات المستهلك وحدة واحدة من السلعة .

وحدات السلعة	م .ك	م . ح المتصلة	م . ح غير المتصلة
١	١٠٠	٩٥	١٠٠
٢	١٩٠	٨٥	٩٠
٣	٢٧٠	٧٥	٨٠
٤	٣٤٠	٦٥	٧٠
٥	٤٠٠	٥٥	٦٠
٦	٤٥٠	٤٥	٥٠
٧	٤٩٠	٣٥	٤٠
٨	٥٢٠	٢٥	٣٠
٩	٥٤٠	١٥	٢٠
١٠	٥٥٠	٥	١٠
١١	٥٥٠	٥-	صفر

ويلاحـــظ فى هذا المثال أن قيم المنفعة الحدية المتصلة تختلف عن قيم المنفعة الحديـــة غير المتصلة حيث أن الأولى تمثل زيادة المنفعة الكلية نتيجة زيادة طفيفة جداً فـــى الوحدات المشتراه تكاد تساوى صفراً . أما الثانية فهى تمثل زيادة المنفعة الكلية نتيجة زيادة مشتريات المستهلك وحدة واحدة من السلعة .

مثال (٢) : على فرض أن دالة المنفعة الكلية لسلعة ما بالنسبة لمستهلك معين هى :

$م\ ك_١ = ١٠٥\ س - ٥س^٢$ حيث س تمثل وحدات السلعة . ودالة المنفعة الكلية لسلعة أخرى بالنسبة لنفس المستهلك هى :

$م\ ك_٢ = ٤٢\ ص - ٢\ ص^٢$ حيث ص تمثل وحدات السلعة .

فإذا كان سعر الوحدة من السلعة س = ٥ جنيهات وسعر الوحدة من السلعة ص = ١٠ جنـــيهات وإذا علمت أن المستهلك قرر إنفاق ١٣٠ جنيهاً على شراء السلعتين أوجد كميتى السلعتين التى يتوازن عندها المستهلك .

الحل :

م . ح للسلعة س = ١٠٥ - ١٠ س

م . ح للسلعة ص = ٤٢ - ٤ص

على أساس هاتين الدالتين نستنتج الجدول الآتى :

عدد الوحدات	م ح للسعة س	م ح للسلعة ص	م.ح للسلعة س	م . ح للسلعة ص
			سعر السلعة س	سعر السلعة ص
١	٩٥	٣٨	١٩	٣,٨
٢	٨٥	٣٤	١٧	٣,٤
٣	٧٥	٣٠	١٥	٣,٠
٤	٦٥	٢٦	١٣	٢,٦
٥	٥٥	٢٢	١١	٢,٢
٦	٤٥	١٨	٩	١,٨
٧	٣٥	١٤	٧	١,٤
٨	٢٥	١٠	٥	١,٠
٩	١٥	٦	٣	٠,٦
١٠	٥	٢	١	٠,٢
١١	٥-	٢-	١-	٠,٢-

و يتضح من الجدول السابق أن مستهلكنا هذا يتوازن عند شراء ٩ وحدات من السلعة س ، ٣ وحدات من السلعة ص أو يتوازن عند شراء ١٠ وحدات من السلعة س ، ٨ وحـــدات مـــن السلعة ص . ولتحديد أى من المجموعتين يشترى المستهلك نحسب تكلفة شراء كل منهما .

المجموعة الأولى = (٩ × ٥) + (٣ × ١٠) = ٧٥ جنيها .

المجموعة الثانية = (١٠ × ٥) + (٨ × ١٠) = ١٣٠ جنيها .

وحيث أن المستهلك قرر إنفاق ١٣٠ جنيها على شراء السلعتين س ، ص فإنه يـــتوازن عـــند شـــراء ١٠ وحـــدات من السلعة س ، ٨ وحدات من السلعة ص إذ أن المجموعـــة الأولى وإن كانت تكلفتها أقل إلا أنها تحقق له إشباعا أقل لأن عدد وحدات س ، ص أقـــل من المجموعة الثانية ، والمستهلك كما سبق أن ذكرنا يرغب فى تحقيق أقصى إشباع ممكن وهو المفهوم الأساسى لتوازنه .

حل آخر : يتحقق المستهلك إذا تحقق الشرطان :

الأول : $\frac{\text{م . ح للسلعة س}}{\text{سعر السلعة س}} = \frac{\text{م .ح للسلعة ص}}{\text{سعر السلعة ص}}$

الثانى: (سعر السلعة س × كمية س) + (سعر السلعة ص × كمية ص) = مقدار ما ينفقه المستهلك ، ويمكن أن نستنتج المنفعة الحدية لكل من السلعتين س ، ص بإيجاد المشتقة الأولى لدالتى المنفعة الكلية .

∴ $\frac{\text{١٠٫٥ - ١٠ س}}{\text{٥}} = \frac{\text{٤٢ - ٤ ص}}{\text{١٠}}$

∴ ٢١ - ٢ س = ٤٫٢ - ٠٫٤ ص

٢ س + ٠٫٤ ص = ٤٫٢ - ٢١

∴ ٢ س - ٠٫٤ ص = - ٤٫٢ + ٢١

∴ ٢ س - ٠٫٤ ص = ١٦٫٨ (١)

، ٥ س + ١٠ ص = ١٣٠ (٢)

بضرب المعادلة (١) فى ٥ والمعادلة (٢) فى ٢ ينتج أن :

١٠ س - ٢ ص = ٨٤

١٠ س + ٢٠ ص = ٢٦٠

بالطرح نحصل على :

- ٢٢ ص = - ١٧٦

∴ ص = ٨

وبالتعويض فى المعادلة (١) ينتج أن :

٢ س - ٣٫٢ = ١٦٫٨

∴ ٢ س = ١٦٫٨ + ٣٫٢

∴ ٢ س = ٢٠ ∴ س = ١٠

∴ إذا بتحقق توازن المستهلك عند شراء ٨ وحدات من السلعة ص ، ١٠ وحدات من السلعة س .

وحتى نتحقق من هذه النتيجة نطبق الشرط الأول للتوازن :

$$\frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{سعر السلعة س}} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}}{\text{سعر السلعة ص}}$$

$$\frac{١٠٥ - ١٠ \text{ س}}{٥} = \frac{٤٢ - ٤ \text{ ص}}{١٠}$$

$$\frac{١٠٥ - ١٠٠}{٥} = \frac{٤٢ - ٣٢}{١٠}$$

$$\therefore \quad ١ = ١$$

مثال (٣) : إذا علمت أن المنفعة الكلية لكل من سلعتين يشتريها مستهلك معين تقاس بالدالتين الآتيتين :

م ك$_١$ = ٢٠٠ س − ١٠ س^٢

م ك$_٢$ = ٨٠ ص − ٤ ص^٢

وإذا كـــان سعر الوحدة من السلعة س = ١٠ جنيهات وسعر الوحدة من السلعة ص = ٨ جنـــيهات وإذا علمت أن هذا المستهلك قد قرر إنفاق ١٢٨ جنيها على شراء السلعتين . فالمطلوب تحديد الكمية التى يشتريها المستهلك من كل من السلعتين .

الحل :

المنفعة الحدية للسعة = ٢٠٠ − ٢٠ س

، المنفعة الحدية للسلعة ص = ٨٠ − ٨ ص

وعلى أساس هاتين المعادلتين نستنتج الجدول التالى :

عدد الوحدات	م ح للسعة س	م ح للسلعة ص	م..ح س / سعر س	م . ح ص / سعر ص
١	١٨٠	٧٢	١٨	٩
٢	١٦٠	٦٤	١٦	٨
٣	١٤٠	٥٦	١٤	٧
٤	١٢٠	٤٨	١٢	٦
٥	١٠٠	٤٠	١٠	٥
٦	٨٠	٣٢	٨	٤
٧	٦٠	٢٤	٦	٣
٨	٤٠	١٦	٤	٢
٩	٢٠	٨	٢	١

ومــن الجــدول الســابق يتضح أن المستهلك يتوازن عند شراء ٨ وحدات من الســلعة س ، ٦ وحــدات من السلعة ص حيث أن هاتين الكميتين تحققان شرط الدخل وهو ١٢٨جنيها.

وحتى نتحقق من هذه النتيجة نطبق الشرط الأول للتوازن :

م . ح للسلعة س / سعر السلعة س = م.ح للسعة ص / سعر السلعة ص

(٢٠٠-٢٠ س) / ١٠ = (٨٠ - ٨ ص) / ٨

(٢٠٠-٢٠ × ٨) / ١٠ = (٨٠ -٨ × ٦) / ٨

(٢٠٠ - ١٦٠) / ١٠ = (٨٠ - ٤٨) / ٨

∴ ٤ = ٤

مثال (٤) :

إذا انخفــض سعر الوحدة من السلعة ص إلى ٥ جنيهات استنتج الكميات التى يتوازن عندها المستهلك على أساس السعر الجديد فافتراض أن دوال المنفعة الكلية كما كانت عليه .

الحل :

عدد الوحدات	م.ح للسلعة س ١٠	م.ح للسلعة ص	م.ح للسلعة ص سعرها الجديد (٥)
١	١٨	٧٢	١٤,٤
٢	١٦	٦٤	١٢,٨
٣	١٤	٥٦	١١,٢
٤	١٢	٤٨	٩,٦
٥	١٠	٤٠	٨,٠
٦	٨	٣٢	٦,٤
٧	٦	٢٤	٤,٨
٨	٤	١٦	٣,٢
٩	٢	٨	١,٦

فى هذا الجدول نجد أن المستهلك يتوازن عند شراء ٩ وحدات من السلعة س ، ٥ وحدات من السلعة ص . ولكن هذا التوازن لا يحقق شرط الدخل وهو ١٢٨ جنيها . لهــذا لابد أن يغير المستهلك من الكميات التى يشتريها من السلعتين . ولا نستطيع من هــذا الجــدول أن نحدد عددا صحيحا من السلعتين يتحقق عندها التعادل ، لذا فإننا نتبع الطريقة التالية :

$$(١) \quad \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{سعر السلعة س}} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}}{\text{سعر السلعة ص}}$$

(٢) ١٢٨ = ســـعر الوحــدة مـــن س × عدد وحداتها + سعر الوحدة من ص × عدد وحداتها

$$\therefore \quad \frac{\text{٢٠٠ - ٢٠ س}}{\text{١٠}} = \frac{\text{٨٠ - ٨ ص}}{\text{٥}}$$

٢٠ - ٢ س = ١٦ - ١,٦ ص

أى ٤ = ٢ س - ١,٦ ص ... (١)

، ١٢٨ = ١٠ س + ٥ ص ... (٢)

بضرب المعادلة (١) فى ٥ ينتج أن :

٢٠ = ١٠ س - ٨ ص ... (٣)

١٢٨ = ١٠ س + ٥ ص ... (٤)

بالطرح نحصل على - ١٠٨ = -١٣ ص

∴ ص = ٨,٣١ وحدة تقريباً .

وبالتعويض عن قيمة ص فى المعادلة (٣) ينتج أن :

٢٠ = ١٠ س - ٦٦,٤٨ ٨٦,٤٨ = ١٠ س

∴ س = ٨,٦٥ وحدة تقريباً

وبتطبيق شرطى التوازن نجد أن :

$$(١) \quad \frac{\text{٢٠٠ - ١٧٣}}{\text{١٠}} = \frac{\text{٨٠ - ٨ × ٨,٣١}}{\text{٥}}$$

$$\frac{\text{٢٧}}{\text{١٠}} = \frac{\text{٨٠ - ٦٦,٤٨}}{\text{٥}}$$

∴ ٢,٧ = ٢,٧

ومن ناحية أخرى نطبق الشرط الثانى :

١٢٨ = ١٠ × ٨,٦٥ + ٥ × ٨,٣

∴ ١٢٨ = ١٢٨

مثال رقم (٥)

على أساس بيانات المثالين السابقين استنتج دالة الطلب على السلعة باعتبار أن طلب المستهلك على السلعة ص يمثله خط مستقيم .

الحل :

لقد توصلنا فيما سبق إلى البيانات التالية بالنسبة للسعلة ص

الأسعار	الكمية المطلوبة
٨	٦
٥	٨,٣

إذا نستطيع أن نوجد دالة الطلب على السلعة ص على أساس نقطتين باستخدام العلاقة :

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ص_١}{س - س_١}$$

$$\frac{٨,٣ - ٦}{٥ - ٨} = \frac{ص - ٦}{س - ٨}$$

$$\frac{٢,٣}{-٣} = \frac{ص - ٦}{س - ٨}$$

٢,٣ س - ١٨,٤ = - ٣ ص + ١٨

إذا ٣ ص = ٣٦,٤ - ٢,٣ س

إذا ص (أى دالة الطلب) = ١٢,١٣ - ٠,٧٦ س

ثانيا :تحليل سلوك المستهلك باستخدام المنفعة الترتيبية :

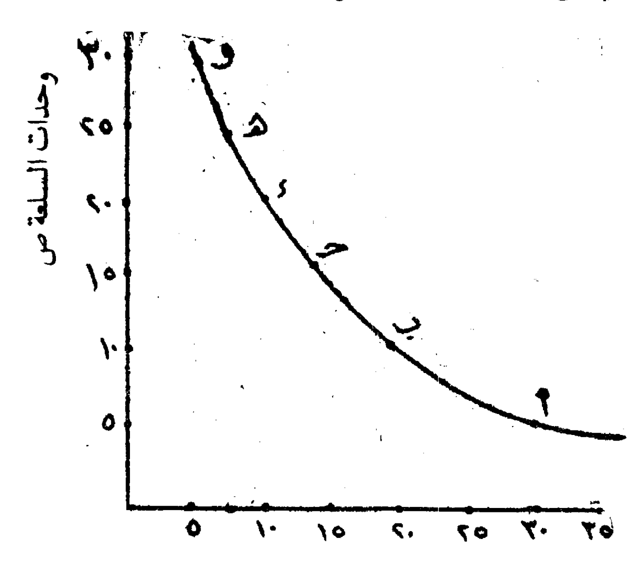
Analysis of Consumer Behaviour By Using Arrangement Utility :

فـــى الثلاثينات من القرن الحالى هاجم الاقتصاديان الانجليزيان ألين R.G.D. Allen وهـــيكس J.R. Hicks مفهوم المنفعة العددية هجوما عنيفا .فقد رفضا فكرة القياس العددى للمنفعة وقاما بتوضيح أن نظرية سلوك المستهلك يمكن بناؤها من جديد علـــى أساس المنفعة الترتيبية . ولقد انتشرت آراؤهما ، وحل بذلك منحنى السواء محل منحنى تناقص المنفعة الحدية .

والمنفعة الترتيبية تعنى أن المستهلك يقوم بترتيب منافع السلع المختلفة حسب أهميتها النسبية لديه . وهذا كل ما فى الأمر، فليست هناك ضرورة لأن يعرف المستهلك مقـــدار المنفعة التى يمكن أن تعود عليه من استهلاك كل منها وإنما يبنى اختياره على أفضـــلية الحصول على وحدات إضافية من هذه السلعة أو تلك . أى أن كل ما يفعله هو مجـــرد تفضيل سلعة أو مجموعة من السلع على الأخرى وليس قياسا لوحدات المنفعة الـــتى ســـتعود عليه من استهلاك كل منها . ويكفى أن نفترض أن المستهلك قادر على التفضـــيل بيـــن المجموعات المختلفة ، أى أنه يفضل مجموعة على أخرى لأنها تعطيه إشـــباعا أكبر وقد لا يفضل مجموعة على أخرى لأنها تساويها فى الإشباع ، بمعنى أن المجموعتيـــن تتساويان تماما فى نظر المستهلك بحيث يصبح " سواء " لديه أن يحصل على هذه أو تلك .

وهكـــذا يمكـــن التعبير عن أذواق المستهلك من خلال فكرة التفضيل والسواء . فالمستهلك يواجه فى الحياة العملية مشكلة الاختيار بين مجموعات سلعية مختلفة وأنه قادر على أن يحدد بنفسه تلك المجموعات التى تمنحه إشباعا متساويا وتلك المجموعات التى تمنحه إشباعا أكبر أو أقل بالمقارنة طالما نحن نفترض أن المستهلك رشيد . ولن نتعرض هنا للسبب الذى من أجله يفضل المستهلك هذه المجموعة أو تلك حيث أن ذلك يخـــرج عـــن مجـــال دراســـتنا . كما أننا لن نحتاج إلى تحديد مقدار تفضيل المستهلك لمجموعة عن أخرى فى تحليل منحنيات السواء .

وتعتبر منحنيات السواء الأدوات التحليلية الرئيسية لمدخل المنفعة الترتيبية فى نظـرية سلوك المستهلك . ولكى نفهم منحنيات السواء فإنه من الأفضل أن نبدأ بجداول السـواء . ولتوضـيح فكـرة جـدول السـواء دعنا نفترض أن المستهلك قام بتحديد المجموعات التالية من السلعتين س ، ص التى تعطيه إشباعا متساويا :



وحدات السلعة س شكل رقم (١)

المجموعة السلعية	أ	ب	جـ	د	هـ	و
وحدات من السلعة س	٣٠	١٨	١٣	١٠	٨	٧
وحدات من السلعة ص	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠

ويسمى الجدول السابق بجدول السواء لأن الإشباع الذى يحصل عليه المستهلك مـن أى مجموعة من المجموعات متساو أو سواء . والمستهلك الذى يواجهه مثل هذه المجموعات المتساوية المنفعة أو الإشباع سوف يكون مترددا فى الاختيار فيما بينها . فهو يقول أنه يعتبر المجموعات التالية كلها لديه سواء :

(٣٠ س ، ٥ ص) و (١٨ س ، ١٠ ص) و (١٣ س ، ١٥ ص)
و (١٠ س ، ٢٠ ص) و (٨ س ، ٢٥ ص) و (٧ س ، ٣٠ ص)

فــإذا صورنا هذه المجموعات الست نحصل على منحنى السواء كما فى الشكل رقــم (١) . وقــد قمنا بتمثيل وحدات السلعة س على المحور الأفقى ووحدات السلعة ص علــى المحور الرأسى . وكل مجموعة من المجموعات الموضحة فى الجدول مبنية وفقــا للحــرف الــذى يرمز لها بنقطة على منحنى السواء . أما لماذا نصل بين النقط المخــتلفة حــتى نحصل على شكل المنحنى الكامل ، فلأننا نفترض أن هناك مجموعات أخــرى عديــدة مــن الســلعتين تمنح المستهلك نفس درجة الإشباع مثل المجموعات الموضــحة فــى الجدول ، وهذا يعنى أن السلعتين س ، ص يمكن تجزئتها إلى وحدات صغيرة جدا .

ويتضــح لنا من الرسم البيانى السابق أنه كلما تحركنا من نقطة إلى أخرى على منحنى السواء ، فإننا نستبدل كمية من إحدى السلعتين بكمية من السلعة الأخرى . فمثلا حيــنما نــتحرك مــن المجموعة أ إلى المجموعة ب نلاحظ أن المستهلك قد قام بعملية استبدال أو إحلال لكمية من س = ١٢ وحدة مقابل الحصول على ٥ وحدات إضافية من الســلعة ص . ونفــس عملــية الإحلال تتكرر بالانتقال من ب إلى جـ . وهكذا يتنازل المســتهلك تدريجــيا عن وحدات من س ويحل محلها وحدات من ص كلما تحركنا إلى أعلــى منحــنى السواء ،ويمكن تصور العكس تماما إذا بدأنا من أعلى منحنى السواء ، بمعنى أن المستهلك يحل كمية س محل كمية من ص كلما تحرك إلى أسفل بحيث يزداد بالتدريج ما لديه من س ويقل ما لديه من ص .

وتســتند عملــية الإحلال على فرض هام وهو أن مستوى الإشباع قبل إتمامها وبعدها متساوى تماما . فالمجموعة أ ، ب يعطيان المستهلك إشباعا متساويا وعلى ذلك فإنــه عــندما يــتحرك من أ إلى ب فإنه يتخلى عن كمية من س تعطيه نفس القدر من الإشباع الذى تعطيه له الكمية الإضافية التى يحصل عليها من ص أى أن ١٢ س = ٥ ص . ونفس القاعدة تنطبق على كافة النقط الأخرى على منحنى السواء فمثلا بالتحرك مــن ب إلى جـ يتنازل المستهلك عن ٥ وحدات من س مقابل الحصول على ٥ وحدات مــن ص ، وحيث أن مستوى الإشباع بالنسبة للنقطتين ب ، جـ متساو فإن القدر من الإشــباع الــذى يخسره المستهلك بالتخلى عن وحدة من س = القدر من الإشباع الذى يكتسبه بالحصول على وحدة إضافية من ص فيما بين النقطتين ب ، جـ .

والمعــدل الــذى يتم به استبدال كمية من إحدى السلعتين مقابل الحصول على وحدة إضافية من السلعة الأخرى مع المحافظة على نفس مستوى الإشباع يسمى المعدل الحــدى للإحــلال . وتتحدد قيمة المعدل الحدى للإحلال بنسبة الكمية التى يتخلى عنها المســتهلك مــن إحدى السلعتين من الكمية التى يحصل عليها من السلعة الأخرى فمثلا المعدل الحدى للاحلال بين س وص فيما بين المجموعتين أ و ب = ١٢ س ÷ ٥ ص = ٢,٤ وفــيما بيــن المجموعتين جـ ، ء = ٣ س ÷ ٥ ص = ٠,٦ وهكذا نستطيع أن نســتخرج القــيم المتتالية للمعدل الحدى للإحلال بين س و ص من الجدول السابق كما يلى:

المجموعة السلعية	أ	ب	جـ	د	هـ	و
وحدات من السلعة س	٣٠	١٨	١٣	١٠	٨	٧
وحدات من السلعة ص	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٩
المعدل الحدى للإحلال	$\frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ص}}$	٢,٤	١,٠	٠,٦	٠,٤	٠,٢

و يتضــح مــن الجدول سالف الذكر أن المعدل الحدى للإحلال يقل بالتدريج من ٢,٤ إلى ١,٠ إلى ٠,٦ إلى ٠,٤ إلى ٠,٢ ويعبر المعدل الحدى للإحلال بين س ، ص عن الكمية التى يتنازل عنها المستهلك من السلعة س مقابل الحصول على وحدة إضافية مــن الســلعة ص ففــيما بين المجموعتين أ ، ب يتنازل المستهلك عن ٢,٤ وحدة من الســلعة س مقــابل الحصول على وحدة إضافية من السلعة ص وفيما بين المجموعتين جـــ ود يــتخلى المســتهلك عن ٠,٦ وحدة من السلعة س مقابل الحصول على وحدة إضافية من السلعة ص .

ومن ناحية أخرى يتناقص أيضا المعدل الحدى للإحلال بين س و ص إذا حاولنا دائمــا أن نقول أن المعدل الحدى للإحلال هو عبارة عن نسبة الكمية التى يتخلى عنها المستهلك من إحدى السلعتين إلى الكمية الإضافية التى يحصل عليها من السلعة الأخرى فمثلا المعدل الحدى للإحلال بين ص ، س فيما بين المجموعتين و ، هـ = ٥ ÷ ١ س = ٥ . وفيما بين المجموعتين هـ ، د = ٥ ص ÷ ٢ س = ٢,٥ . وهكذا نستطيع أن نحصل على المعدل الحدى للإحلال بين ص ، س وهو يقل بالتدريج من ٥ إلى ٢,٥ إلى ١,٦٧ إلــى ١,٠ إلــى ٠,٤٢ وهــذا التناقص فى المعدل الحدى للإحلال هو ما يقابل تــناقص المــنفعة الحديــة ولكننا وجدنا الظاهرة نفسها دون حاجة إلى استخدام فكرة المنفعة العددية .

والتـــناقص فـــي المعدل الحدى للإحلال بين س ، ص يدل على أن الكمية التي يتـــنازل عـــنها المستهلك من س مقابل الحصول على وحدة إضافية من ص في تناقص مستمر والسبب في ذلك هو أن المستهلك في أسفل المنحنى لديه كمية كبيرة س وكمية صغيرة نسبيا من ص .

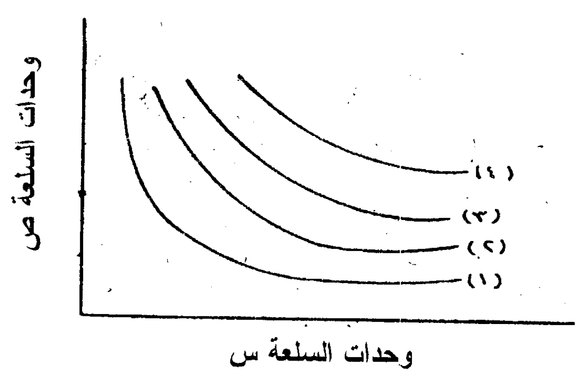
وبالـــتالى فـــإن الأهمية النسبية للوحدة من ص مرتفعة وعليه فالمستهلك في ظل هذا الوضـــع علـــى اســـتعداد للتخلى عن أكثر من وحدة من س مقابل الحصول على وحدة إضـــافية مـــن ص . ولكن مع استمرار عملية الإحلال بالتحرك من نقطة إلى أخرى من أسفل المنحنى إلى أعلى يزداد تدريجيا ما لدى المستهلك من ص ويقل ما لديه من س . وعلـــيه فإن الأهمية النسبية للوحدة من س ترتفع بالتدريج كلما نقصت الكمية من هذه الســـلعة لـــدى المســـتهلك ، وفى نفس الوقت تنخفض الأهمية النسبية للوحدة من ص تدريجيا كلما زادت الكمية من هذه السلعة لدى المستهلك .

ولذا فأن المستهلك كلما تحرك من نقطة إلى أخرى من أسفل المنحنى إلى أعلى كلمـــا زادت الأهمـــية النسبية للوحدة من س ، وبالتالى فإن المستهلك يتنازل عن كمية أصـــغر فأصغر من س مقابل الحصول على وحدة إضافية من ص . وبناء على ذلك فإن المعدل الحدى للإحلال بين س وص ($\frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ص}}$)يتناقص كلما تحركنا من أسفل المنحنى إلى أعلاه.

ويمكـــن استخدام نفس المنطق لإثبات تناقص المعدل الحدى للإحلال بين ص ، س وذلـــك إذا بدأنا من أعلى منحنى السواء . ففى أعلى المنحنى يكون لدى المستهلك كمـــية كبيرة من ص وكمية صغيرة نسبيا من س . ولذلك فإن الأهمية النسبية من ص منخفضـــة بيـــنما الأهمية النسبية من س مرتفعة وفى ظل هذا الوضع فالمستهلك على اســـتعداد للتخلى عن أكثر من وحدة من ص مقابل الحصول على وحدة إضافية من س ولكـــن بالـــتحرك من أعلى المنحنى إلى إسفله يزداد ما لدى المستهلك من س ويقل ما لديـــه من ص وعليه فإن، الأهمية النسبية للوحدة من س تنخفض بينما تزداد الأهمية النسبة للوحدة من ص.

وبالتالى ، فإن المستهلك كلما تحرك من نقطة إلى أخرى من أعلى المنحنى إلى أســفله كلما ارتفعت الأهمية النسبية للوحدة من ص ، ومن ثم فهو فى كل مرة يتخلى عن كمية أصغر فأصغر من ص مقابل الحصول على وحدة إضافية من س أى أن المعدل الحدى للإحلال بين ص وس $\frac{\Delta \text{س}}{\Delta \text{ص}}$ متناقص .

هــذا وبتحليل منحنيات السواء يفترض أنه بإمكان المستهلك أن يتصور لنفسه مجموعـــة كبيرة جدا من منحنيات السواء يتم الحصول عليها من جداول السواء . وهنا المستهلك يفعل ذلك بغض النظر عن اعتبارات دخله أو أسعار السلع السائدة فى السوق .والرسم البيانى التالى يصور مجموعة من منحنيات السواء الخاصة بمستهلك ما والتى يطلــق علــيها اسم خريطة السواء . ويلاحظ أن خريطة السواء تضم عددا محدودا من منحنيات السواء وذلك من أجل التبسيط والوضوح فى الشرح والبيان .



وحدات السلعة س

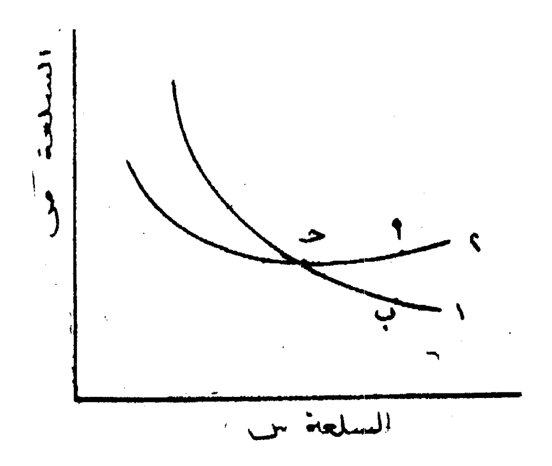
شكل رقم ٢

وتمــثل خريطة السواء تفضيلات المستهلك بالنسبة للسلعتين س ، ص أى أنها تعكــس رغبة المستهلك فى اختياره بين مجموعات مختلفة من هاتين السلعتين . وهنا أيضا يمكن القول بأن ، المجموعات من كلتا السلعتين الواقعة على منحنى واحد للسواء تعطــى مستوى واحداً من الإشباع أو المنفعة أما فى حالة وجود أكثر من منحنى واحد للســواء فــى شــكل بيانى واحد ، فإن المنحنى الأعلى يعطى دائما مستوى إشباع أكبر المســتهلك . وعليه فإنه كلما تحرك المستهلك فى الاتجاه الشمالى الشرقى عبر خريطة الســواء ، كلمــا تــزايدت الكمــية الــتى يحصل عليها من كلتا السلعتين وبالتالى يبلغ المستهلك مستويات أكثر إرتفاعا للإشباع .

ففى الشكل (٢) سالف الذكر يمثل المنحنى (٤) أعلى مستوى إشباع ، بينما يمـــثل لمنحنى (١) أدنى مستوى إشباع . وأى مجموعة من السلعتين س ، ص على منحـــنى الســـواء (٤) تعطـــى إشباعا أكبر بكثير من أى مجموعة أخرى على منحنى الســـواء (١) . وعمومـــا يمكن القول بأن ٤ > ٣ > ٢ > ١ . وهكذا نجد أن السواء يعـــنى التحرك إلى أعلى وإلى أسفل على أى منحنى واحد ، بينما يعنى التفضيل التحرك تجـــاه الشـــمال الشرقى نحو مستويات أعلى من الإشباع أو المنفعة . هذا وتوجد عدة خصائص لمنحنيات السواء يمكن إجمال أهمها فيما يأتى :

١-تـــنحدر منحنيات السواء من أعلى إلى أسفل ناحية اليمين . وهذا أمر منطقى إذ أن منحـــنى الســـواء الواحد يمثل مستوى واحد من الإشباع . فإذا زادت لدى المستهلك كمـــية السلعة س مثلا ، فلابد أن تنقص فى الوقت نفسه كمية السلعة ص لديه . أما إذا نقصـــت لديـــه كمـــية السلعة س ، فلابد أن تزيد لديه كمية السلعة ص حتى يظل المستهلك عند مستوى واحد من الإشباع وإذا فرضنا جدلا أن منحنيات السواء تتجه إلى أعلى ناحية اليمين ، فمعنى ذلك أن المستهلك يظل عند مستوى ثابت من الإشباع إذا حصـــل على كميات متزايدة من كلتا السلعتين . وهو ما لا يمكن أن يحدث . وإذا افترضـــنا أن منحنيات السواء تتخذ شكل خطوط مستقيمة موازية للمحور الأفقى أو موازية للمحور الرأسى ، فمعنى هذا أن المستهلك يظل عند مستوى واحد للإشباع إذا كانـــت عنده كمية ثابتة من السلعة ص وزيدت لديه كمية السلعة س أو إذا كان عنده كمـــية معيـــنة مـــن السلعة س وزيدت لديه كمية السلعة ص . وهذا بالطبع لا يمكن حدوثه أيضا . وإذن فلابد أن تنحدر منحنيات السواء من الشمال الغربى إلى الجنوب الشرقى .

٢-منحـــنى الســـواء لا يتقاطع مع منحنى سواء آخر لنفس المستهلك ، لأن كل منحنى سواء يمثل مستوى من الإشباع يختلف عن الآخر . فإذا افترضنا جدلا أن هناك نقطة تقـــاطع فـــإن هذه النقطة سوف تساوى ما بين الإشباع فى كل المنحنيين وهذا غير ممكن . ولتوضيح ذلك نستعين بالشكل التالى :



شكل رقم ٣

ففـــي الشـــكل رقم (٣) تقاطع المنحنى (١) والمنحنى (٢) عند النقطة جـ . وعلى ذلك فإن المجموعتين الممثلتين بالنقطتين أ ، جـ تقعان على منحنى واحد للسواء هو المنحنى (٢) وبالتالى فإنهما متساويان من حيث الأهمية فى نظر المستهلك . وكذلك الحـــال بالنسبة للمجموعتين الممثلتين بالنقطتين ب ، جـ فهما تقعان على منحنى واحد للسواء هو المنحنى (١) ، فهما إذا متساويان من حيث الأهمية فى نظر المستهلك .

وحيث أن

أ = جـ ، ب = جـ

∴ أ = ب

وبالتدقيق فى الشكل سالف الذكر نلاحظ أن النقطة أ ينبغى أن تكون مفضلة على الـنقطة ب إذ أن الأولى تنطوى على كميتين من كلتا السلعتين أكبر من الكميتين اللتين تـنطوى علـيهما النقطة ب . وعليه فلا يمكن أن تكون أ = ب فى نظر هذا المستهلك وبالتالى ، فإن منحنيات السواء لا يمكن أن يتقاطع أحدهما مع الآخر .

(٣) منحنيات السواء فى انحدارها من أعلى إلى أسفل تكون مقعرة تجاه الخارج ومحدبة بالنسبة لنقطة الأصل . وهذا يعكس تناقص المعدل الحدى للإحلال . ويأتى مبدأ تناقص المعـدل الحـدى للإحـلال كنتيجة منطقية من الفروض القائلة بأن حاجات معينة قابلة للإشباع وأن السع المختلفة ليست بديلات كاملة لبعضها البعض ، وأن الكميات المتزايدة من سلعة مالا تزيد من قوة إشباع الحاجات الأخرى .

ثالثا : تحليل خط الميزانية :

Budget Line (Income Line)

إن مـــا نبحـــث عـــنه الآن ليس أفضل منحنى سواء يتصوره المستهلك ، ولكن أفضـــل منحـــنى ســـواء ممكن فى حدود ميزانيته . ولهذا فإننا نحتاج إلى أن ندخل فى الحسبان أسعار السلع ودخل المستهلك . ومن المعروف أن مشتريات المستهلك تتوقف علـــى الأســـعار والدخـــول وعلى أذواقه . ومن حسن الحظ ، فإن هذه المتغيرات يمكن تمثيلها على رسم بيانى واحد خاص بمنحنيات السواء .

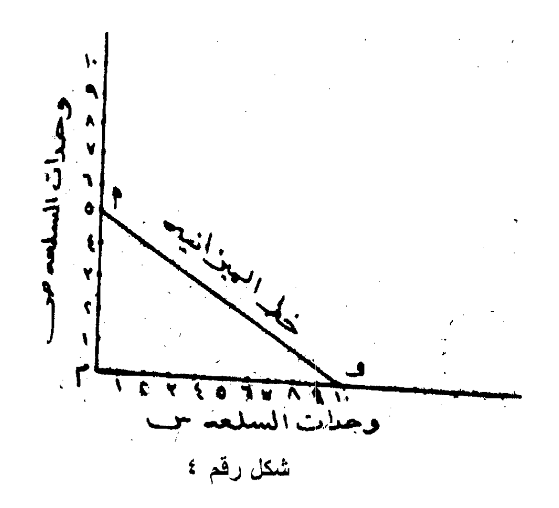
فإذا فرضنا أن المستهلك يحصل على دخل قدره ٥٠ جنيها فى فترة زمنية معينة يـــنفقها علـــى شـــراء السلعتين س ، ص فقط وهو يواجه أسعار محددة لكل من هاتين الســـلعتين - ولتكـــن مثلا ٥ جنيهات للوحدة من السلعة س ، ١٠ جنيهات للوحدة من السلعة ص ، فإننا نستطيع أن نوجد الدالة التى تمثل ميزانية المستهلك :

٥ س + ١٠ ص = ٥٠

ويمكن رسم الخط البيانى الذى يمثل الدالة السابقة من واقع النقطتين الآتيتين :

س	ص
صفر	٥
١٠	صفر

ويوضـــح الشكل البيانى رقم (٤) جميع الأوضاع الممكنة لاستهلاك السلعتين بالنســـبة لهـــذا المستهلك فى حدود دخله النقدى المحدود ، وفى ضوء الأسعار المقررة السائدة فى السوق . وهنا يستطيع المستهلك أن ينفق كل دخله على السلعة س فيشترى ١٠ وحدات من السلعة س ولا يشترى شيئا من وحدات السلعة ص أما إذا أراد أن ينفق كـــل دخله على السلعة ص ، فهو يستطيع أن يشترى منها ٥ وحدات ولا يشترى شيئا من وحدات السلعة س .



شكل رقم ٤

وفيما بين النقطتين أ ، و تكون أمام المستهلك فرصة شراء مجموعات مختلفة من كلتا السلعتين معا .

هذا مع العلم أن الأسعار التى يشترى بها كل من السلعتين ثابتة ، إلى جانب أن دخلـــه ثابت أيضا ، فهو لن يتمكن من شراء وحدات أكثر من السلعة س إلا إذا اشترى وحـــدات أقل من السلعة ص أو العكس . والنقاط التالية توضح بعض الأوضاع الممكنة الـــتى يمكن معها للمستهلك أن ينفق دخله المحدود – وقدره ٥٠ جنيها فى فترة زمنية معينة – على السلعتين س ، ص :

س	ص
صفر	٥
٢	٤
٤	٣
٦	٢
٨	١
١٠	صفر

ويمكن تصوير هذه النقاط على خط الميزانية أ و حيث أنه يجمع كافة الأوضاع الممكنة التى يمكن أن يشغلها المستهلك فى إنفاقه لدخله المحدود . وبذلك يستطيع المستهلك أن يتعدى خط الميزانية لأن أى نقطة خارج هذا الخط تمثل وضعا لا يمكن للمستهلك الوصول إليه لأن دخله المحدود لا يمكنه من تحقيق ذلك . كذلك لا يصح للمستهلك أن يختار نقطة داخل خط الميزانية لأنه إذا اختار هذه النقطة فمعنى ذلك أنه لن ينفق كل دخله على السلعتين س ، ص .

ويدل ميل خط الميزانية على النسبة بين سعر السلعة س (على المحور الأفقى) وسعر السلعة ص (على المحور الرأسى) أى أن

$$\text{ميل خط الميزانية} = \frac{\text{سعر س}}{\text{سعر ص}}$$

وللوهلة الأولى تبدو هذه النسبة محيرة لأن الميل هو عبارة عن المحور الرأسى مقسوما على المحور الأفقي أى $\frac{\text{م أ}}{\text{م و}}$ (فى الشكل رقم ٥)

ولكن يجب أن نتذكر أن س ، ص يعبران عن كميات طبيعية . وعليه فإن ميل خط الميزانية يعادل :

$$\frac{\text{كمية السلعة ص}}{\text{كمية السلعة س}} = \frac{\text{دخل المستهلك (ى)}}{\text{سعر السلعة ص}} \div \frac{\text{دخل المستهلك (ى)}}{\text{سعر السلعة س}}$$

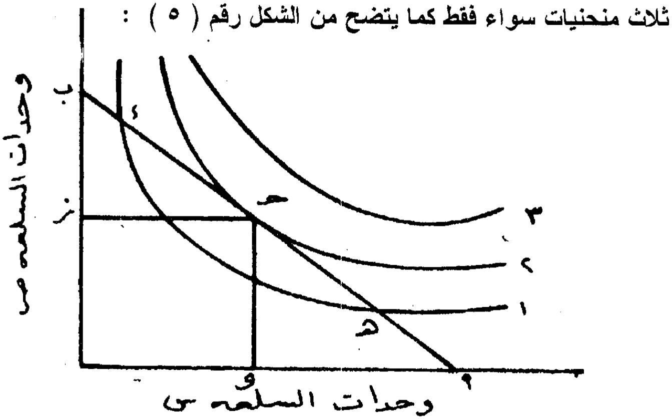
$$= \frac{\text{ى}}{\text{ث ص}} \times \frac{\text{ث س}}{\text{ى}} = \frac{\text{ث س}}{\text{ث ص}}$$

ويلاحظ أن ميل خط الميزانية يكون سالبا لأنه مستقيم هابط نحو اليمين حيث يعتمد موقع خط الميزانية على حجم الدخل . فكلما زاد دخل المستهلك كلما انتقل خط الميزانية إلى اليمين . وبينما توضح التغيرات فى الأسعار ميل خط الميزانية ، فإن حجم الدخل يظهر موقع خط الميزانية . ويعبر خط الميزانية عن الدخل الحقيقى للمستهلك لأنه قد رسم على أساس تحويل الدخل النقدى إلى كميات من السلعتين س ، ص .

رابعا : تحليل سلوك المستهلك باستخدام منحنيات السواء :

Analysis of Consumer Behaviour by Using indifference curves

نحـــاول الآن أن نطـــبق خريطة سواء المستهلك التى تبين تفضيلاته الشخصية على ظروفه الموضوعية التى تتحدد بدخله من جهة وبالأسعار من جهة أخرى . فنحن أمـــام مســـتهلك له دخل نقدى محدود وأنه ينفق هذا الدخل على سلعتين هما س ، ص بأسعار مقررة محددة فى السوق . كما أن لهذا المستهلك خريطة سواء معينة مكونة من ثلاث منحنيات سواء فقط كما يتضح من الشكل رقم (٥) :



الشكل رقم (٥)

والمفهوم العام لتوازن المستهلك يتمثل فى الوضع الذى يحصل عنده المستهلك على أقصى إشباع ممكن فى حدود دخله النقدى والأسعار السائدة والتوازن بهذا المفهوم هـــو أفضـــل وضـــع يمكـــن أن يحققه المستهلك الرشيد ، ولذلك فلن يتغير طالما بقيت المحددات الأساسية ثابتة بدون تغيير وهى الدخل النقدى وأسعار السلع .

وإذا بحثنا فى الشكل سالف الذكر عن أفضل وضع توازنى للمستهلك فستجد أنه لا يمكـــن أن يكون أى شيء خلاف الوضع الممثل فى النقطة جـ وهى نقطة تماس خط الميزانية أ ب مع منحنى السواء (٢) . فمن ناحية تقع النقطة جـ على خط الميزانية وبالـــتالى فإنها تؤكد الاستخدام الكامل للدخل النقدى للمستهلك فى ظل الأسعار السائدة . ومن ناحية أخرى فإن النقطة جـ تقع على أعلى منحنى سواء ممكن .

ولذلـــك فإن توازن المستهلك يتحقق بشراء الكمية م ومن السلعة س والكمية م ر من السـلعة ص . ولكى نتأكد بطريقة أخرى من أن النقطة جـ تمثل وضع التوزن ، دعنا نقارنها بالنقطتين د ، هـ الناشئتان عن تقاطع خط الميزانية مع منحنى السواء (١) . ولمـــاذا لا تكون أى منهما هى نقطة التوازن ؟ إن هاتين النقطتين ء ، هـ تقعان على منحـنى السواء (١) وهو أدنى من منحنى السواء (٢) . ولذلك فإن كل نقطة تمنح المستهلك اشباعا أقل من النقطة جـ . كما أن المستهلك لا يستطيع الوصول إلى منحنى السواء (٣) لأنه يقع بعيداً عن خط الميزانية .

وعلـــيه فإن المجموعة الوحيدة التى تقع على أعلى منحنى سواء ممكن والتى يســتطيع شـــراءها بدخلــه هـــى المجموعة الممثلة بالنقطة جـ فى هذا الشكل ، أى المجموعـــة الـــتى عندها يمس خط الميزانية أحد منحنيات السواء على خريطة تفضيل المســتهلك . فإذا أنفق المستهلك دخله فى شراء تلك المجموعة فإنه لا يستطيع تحسين حالته عن طريق إبدالها بمجموعة أخرى ، إذ أن هذه المجموعة هى التى تحقق له أكبر إشباع ممكن فى حدود إمكانياته المتاحة .

وهكــذا يمكن القول بأن المستهلك يكون فى حالة توازن من حيث توزيع دخله بين السلعتين س ، ص عندما يتساوى ميل خط الميزانية مع ميل أحد منحنيات السواء . غير أن ميل خط الميزانية هو عبارة عن النسبة بين سعر السلعتين وميل منحنى السواء عند أى نقطة عليه عبارة عن المعدل الحدى للإحلال بين السلعتين عند هذه النقطة

∴ يكون المستهلك فى حالة توازن عندما تكون :

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ث س}}{\text{ث ص}}$$

ومـــا دام منحـــنى السواء يمثل مستوى واحد من الإشباع أو المنفعة ، فإن ما يفقـــده المســـتهلك من منفعة نتيجة التخلى عند Δص لابد أن يتساوى فى نظره مع ما يحصل عليه من منفعة نتيجة إضافةΔ س . وبشكل آخر فإن النقص فى وحدات السلعة ص × المـــنفعة الحدية لها = الزيادة فى وحدات السلعة س × المنفعة الحدية لها ، أى أن :

$$\Delta \text{ ص} \times \text{م.ح}_{\text{ص}} = \Delta \text{ س} \times \text{م . ح}_{\text{س}}$$

ويمكن إعادة كتابة هذه المعادلة على النحو التالى :

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{م.ح}_{\text{س}}}{\text{م.ح}_{\text{ص}}}$$

أى أن ميل منحنى السواء يعادل النسبة بين المنافع الحدية للسلعتين

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ث س}}{\text{ث ص}}$$

شرط التوازن هو :

$$\frac{\text{م.ح.س}}{\text{م.ح ص}} = \frac{\text{ث س}}{\text{ث ص}}$$

أى أن

$$\frac{\text{م.ح.س}}{\text{ث س}} = \frac{\text{م.ح ص}}{\text{ث ص}}$$

وعلى ذلك يكون شرط تماس خط الميزانية مع أحد منحنيات السواء هو طريقة أخــرى للتعبــير عــن أسعار السلع مع منافعها الحدية فى وضع توازن المستهلك كما تضــمنه التحلــيل النيوكلاســيكى لتصــرفات المستهلك وعليه فالتحليل الحديث لسلوك المســتهلك يوصلنا إلى نفس النتائج التى يهتدى إليها التحليل النيوكلاسيكى ، ولكن مع فــارق واحــد هو أن التحليل الحديث يعتمد على مفهوم المنفعة الترتيبية ، أما التحليل النيوكلاســيكى فهــو يعتمد أساسا على فكرة المنفعة العددية بإفتراض أن المنفعة قابلة للقياس الكمى .

أ) *المعالجة الرياضية لمنحنيات السواء* :

Mathematics Treatments of Indifference Curves

يــأخذ منحنى السواء شكل القطع الذائد القائم **Rectangular Hyperbola** وطرفاه متقاربان أى أن كل طرف يقترب من محور فى الرسم ويظل يقترب منه ولكنه لا يقطعــه أبــداً . وفى منحنى السواء نجد أن حاصل ضرب احداثى المحور الأفقى × إحداثى المحور الرأسى لا يتغير على الإطلاق ، أى أن حاصل ضرب الكمية س × الكمية ص لا يتغــير مــا بيــن أى نقطــة وأخرى على منحنى السواء الواحد . وبالتالى فإن المستطيلات التى تقع تحت النقاط المختلفة تكون متساوية المساحة .

وعليه يمكن القول بأن الدالة التى تصور منحنى السواء هى :

$$\text{ص} = \frac{\text{ل}}{\text{س}}$$

حيث تمثل ل مساحة المستطيل الذى يكون ضلعاه هما أحداثيا أى نقطة تقع على المنحـــنى ، وهـــى كمية ثابتة وتكون دائما كمية موجبة . وتدل الكمية الثابتة فى دالة السـواء علـــى مســتوى الإشباع الذى يتحقق عند منحنى سواء معين . وتعتبر الكمية الثابـــتة فى دالة السواء مجرد مؤشر على مستوى معين من الإشباع حيث يقوم تحليل منحنــيات الســواء علـــى أســـاس عدم إمكانية قياس الإشباع الكلى الذى يحصل عليه المســتهلك من شرائه سلعتين أو المنفعة الكلية التى يحققها . وبذلك فإنه يتبين لنا أن دالـــة سواء معينة تمثل مستوى من الإشباع أو المنفعة أعلى أو أقل من المستوى الذى تبيــنه دالـــة سواء أخرى ولكن جميع دوال السواء تشترك فى صفات أساسية معينة ، فالشكل العام لدالة السواء يمكن التعبير عنه بالصورة التالية :

م = د (س ، ص)

حيــث تدل م على الثابت الذى يشير إلى مستوى الإشباع ، وتعبر د عن العلاقة الدالية وهـــى ترتـــبط بذوق معين للمستهلك . وعلى ذلك فإن د تتغير إذا تغير ذوق المستهلك وبالـــتالى فإن خريطة السواء تتغير بأكملها . و كذلك تتغير م من منحنى سواء إلى آخر حيث أنها تدل على مستوى معين من الإشباع .وهكذا يتضح لنا الفرق بين دوال السواء ودوال التكاليف مثلا حيث يدل تغير الثوابت فى دوال التكاليف على تغير عوامل خارجية مثل أسعار عوامل الإنتاج وحالة التكنولوجيا

، أمـــا فـــى دوال السواء فإن الثابت م يدل على انتقال المنحنى فقط ، وبمعنى آخر فإنه بيـــنما يكـــون هـــناك خـــط بـــيانى واحد بالنسبة للتكاليف مثلا فى وقت معين ، يواجه المستهلك عدة منحنيات للسواء فى نفس الوقت .

كما يؤدى تغير العوامل الخارجية إلى انتقال منحنى التكاليف إلى وضع جديد على نفس الرســم البـــيانى ، بيـــنما يـــؤدى التغير فى ذوق المستهلك – وهو عامل داخلى خاص بالمستهلك نفسه – إلى تغيير خريطة السواء بأكملها . فإذا أخذنا دوال السواء :

س ص = ٢٠

، س ص = ٦٠

، س ص = ١٨٠

فإن هذه الدوال تمثل ثلاث منحنيات للسواء فى خريطة سواء معينة فإذا ما تغير ذوق المستهلك يمكن مثلا أن تتحول الدوال إلى :

$$(س + ٢) (ص + ٧) = ٢٠$$
$$، (س + ٢) (ص + ٧) = ٦٠$$
$$، (س + ٢) (ص + ٧) = ١٨٠$$

ويلاحـــظ أن نفـــس مستويات الإشباع السابقة تحققها مجموعات من السلعتين تخـــتلف عن المجموعات التى تمثلها منحنيات السواء الأولى . ولابد من إعداد خريطة سواء جديدة إذا ما أردنا أن نظهر هذا التغير .

وبما أن منحنى السواء الواحد يمثل مستوى واحد من الإشباع عند أى نقطة تقع عليه لذلك يكون معدل التغير فيه = صفر حيث أنه وفقا لقواعد التفاضل تكون المشتقة الأولـــى لكمية ثابتة مساوية للصفر . فإذا أخذنا أبسط دالة للسواء وهى : م = س ص وأوجدنا بالتفاضل الكلى معدل التغير فيها فأننا نستنتج أن :

$$\frac{ء م}{ء (س ، ص)} = س . ء ص + ص . ء س$$

وحيث أن معدل التغير فى الدالة = صفر

$$\therefore \quad س ء ص + ص. ء س = صفر$$

$$\therefore \quad \frac{ص}{س} = \frac{ء ص}{ء س}$$

$$\frac{ء ص}{ء س}^{*}$$

وتـــدل النسبة* على ميل منحنى السواء وهو ميل سالب ، كما تدل هذه النسبة فى نفس الوقـــت علـــى المعـــدل الحدى للإحلال بين السلعتين حيث تعبر عن التغير فى كمية ص بالنسبة إلى التغير فى كمية س نتيجة انتقال المستهلك من نقطة إلى أخرى على منحنى السواء . وتبين الإشارة السالبة لهذا المعدل أن التضحية ببعض وحدات من ص لابد أن يعوضها زيادة فى وحدات س حتى يحقق المستهلك نفس مستوى الإشباع .

وبالتفاضل الجزئى لدالة السواء نحصل على المنفعة الحدية حيث يعنى التفاضل الجـزئى إيجاد التغير فى مستوى الإشباع نتيجة تغير إحدى السلعتين تغيراً طفيفاً وبقاء السـلعة الأخـرى ثابتة ويلاحظ هنا أن فكرة المنفعة الحدية قد زحفت ثانية إلى التحليل بالـرغم من الطبيعة الترتيبية غير العددية لخريطة السواء وإن كانت عودتها مرة ثانية إلى التحليل ليست مسألة خطيرة حيث لا يتعدى الأمر الاعتماد على النسبة بين منفعتين وذلك لتوضيح أن التحليل النيوكلاسيكى والتحليل الحديث يؤديان إلى نتيجة واحدة .

م = س ص

التفاضل الجزئى بالنسبة للسلعة س = $\frac{ء م}{ء س}$ = ص

أى أن المنفعة الحدية للسلعة س = ص

التفاضل الجزئى بالنسبة للسلعة ص = $\frac{ء م}{ء ص}$ = س

أى أن المنفعة الحدية للسلعة ص = س

$$\therefore \quad \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية}} = - \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

وقد اتضح من التفاضل الكلى لدالة السوء أن :

$$= \frac{\text{ص}}{\text{س}} \quad - \quad \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية للسلعة}} = - \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$$

ومعـنى ذلك أن المعدل الحدى للإحلال بين السلعتين يعادل النسبة بين منافعهما الحديـة ولكـى نحدد نقطة التوازن يجب أن يكون معلوما لدينا كمية النقود المخصصة للإنفـاق وسـعر الوحدة من السلعتين ، فإذا فرضنا أن كمية النقود المخصصة للإنفاق علـى هاتيـن السلعتين = ق وأن سعر الوحدة من السلعة س = $ع_1$ وسعر الوحدة من السـلعة ص = $ع_2$ ، فإنـه بناء على هذه المعلومات نستطيع تركيب دالة خط الميزانية على الوجه التالى :

$$\text{ع}_{1}\,\text{س} + \text{ع}_{2}\,\text{ص} = \text{ق}$$

$$\therefore \text{س} = \left(\frac{\text{ق} - \text{ع}_{2}\,\text{ص}}{\text{ع}_{1}} \right)$$

$$\therefore \text{م} = \text{س ص}$$

بالتعويض فى دالة السواء عن س ينتج أن :

$$\text{م} = \left(\frac{\text{ق} - \text{ع}_{2}\,\text{ص}}{\text{ع}_{1}} \right) \text{ص}$$

وبذلك تصبح دالة السواء للسلعة ص فقط .

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{ق ص}}{\text{ع}_{1}} - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}^{2}$$

$$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = \frac{\text{ق}}{\text{ع}_{1}} - 2\,\frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = \left(\frac{\text{ق} - \text{ع}_{2}\,\text{ص}}{\text{ع}_{1}} \right) - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = \left(\frac{\text{ق}}{\text{ع}_{1}} - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص} \right) - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = \text{س} - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}$$

وحيث أن التفاضل الكلى لدالة السواء = صفر كما سبق أن أوضحنا ، فإن :

$$\text{س} - \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}\,\text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}_{2}}{\text{ع}_{1}}$$

وبما أننا قد سبق أن أوضحنا أن $\frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$

$$\therefore \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}} = \frac{\text{ع١}}{\text{ع٠}} = \frac{\text{سعر السلعة س}}{\text{سعر السلعة ص}}$$

$$\therefore \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{سعر س}} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}}{\text{سعر ص}}$$

وهى قاعدة التوازن على أساس التحليل النيوكلاسيكى .

مثال (٦) :

إذا كانت دالة المنفعة الكلية بالنسبة لمستهلك معين هى :

م = س . ص

وكـــان سعر السلعة س = ٢ جنيه وسعر الوحدة من السلعة ص = ٥ جنيه. وإذا علمت أن كمـــية النقود التى خصصها المستهلك للإنفاق على هاتين السلعتين هى ١٠٠ جنيه. فأوجد .

١- الميزانية المثلى للمستهلك .

٢- المنفعة الحدية لكل من السلعتين .

٣- المنفعة الحدة لوحدة النقود .

٤- المنفعة الكلية .

الحل :

١- نقوم أولا بايجاد دالة ميزانية المستهلك كالتالى :

٢ س + ٥ ص = ١٠٠

٢ س = ١٠٠ - ٥ ص

$$\text{س} = ٥٠ - \frac{٥}{٢}\ \text{ص}$$

نعوض بقيمة س فى دالة السواء حتى تصبح دالة بالنسبة للسلعة ص فقط .

م = س ص

$$= \left(٥٠ - \frac{٥}{٢}\ \text{ص} \right) \text{ص}$$

$$= ٥٠\ \text{ص} - \frac{٥}{٢}\ \text{ص}^{٢}$$

وحيث أن تفاضل السواء تفاضلا كلياً = صفر إذا أن الانتقال من نقطة إلى أخرى عن منحنى السواء لا يغير من الإشباع الكلى .

٥٠ - ٥ ص = صفر

٥ ص = ٥٠

ص = ١٠ وهـى الكمية التى يشتريها المستهلك من السلعة ص عند التوازن ، ويمكن استنتاج الكمية التى يشتريها المستهلك من السلعة س من دالة الميزانية :

٢ س + ٥ × ١٠ = ١٠٠

٢ س = ١٠٠ - ٥٠ = ٥٠

س = ٢٥

وبذلك تكون الميزانية المثل للمستهلك هى الكمية التى يشتريها المستهلك من كل من السلعتين عند التوازن وهى ٢٥ وحدة من السلعة س ، ١٠ وحدات من السلعة ص .

٢- المنفعة الحدية للسلعة س عند التوازن يتم ايجادها بالتفاضل الجزئى لدالة السواء بالنسبة إلى س .

$$\frac{\text{د م}}{\text{د}} = \text{ص} = ١٠$$

المـنفعة الحديـة للسـلعة ص عند التوازن يتم إيجادها بالتفاضل الجزئى لدالة السواء بالنسبة إلى ص .

$$\frac{\text{د م}}{\text{د}} = \text{ص} = ٢٥$$

$$\frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}} = \frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥}$$

ويلاحـظ أنهـا نفس النسبة بين سعر الوحدة من السلعة س وسعر الوحدة من السلعة ص (وهى $\frac{٢}{٥}$)

٣- المنفعة الحدية لوحدة النقود هى ناتج قسمة المنفعة الحدية لأى من السلعتين على سعرها . ومن الواضح أن ناتج القسمة يجب أن يكون متساويا بالنسبة لكل من السلعتين .

المنفعة الحدية لوحدة النقود عند التوازن

$$= \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{سعر س}} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

$$\text{أو} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}}{\text{سعر ص}} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

٤- المنفعة الكلية تستنتج من دالة السواء .

المنفعة الكلية = س ص

= ٢٥ × ١٠ = ٢٥٠

وهذا الرقم يدل على مجرد مؤشر لمستوى الذى يمثله منحنى السواء س ص ، بمعنى أن الانتقال من نقطة إلى أخرى على المنحنى سوف تبقى على ما هى عليه .

مثال (٧)

إذا فرضنا أن سعر الوحدة من السلعة س فى المثال السابق قد . ارتفع إلى ٤ قروش بينما بقى كل من سعر السلعة ص ودخل المستهلك ثابتاً ، فأوجد الميزانية المثلى بعد التغير .

الحل :

دالة الميزانية تتغير إلى ٤ س + ٥ ص = ١٠٠

٤ س = ١٠٠ -٥ ص

$$\text{س} = ٢٥ - \frac{٥}{٤} = \text{ص}^{٢}$$

وبالتعويض فى دالة السواء بقيمة س ينتج أن :

$$\text{م} = (٢٥ - \frac{٥}{٤}\ \text{ص})\ \text{ص}$$

$$\text{م} = ٢٥\ \text{ص} - \frac{٥}{٤}\ \text{ص}^{٢}$$

المشتقة الكلية للدالة م = صفر

$$٢٥ - \frac{٥}{٢} ص = صفر$$

$$ص = \frac{٢٥ \times ٢}{٥} = ١٠ \text{ وحدات}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة ص ينتج أن :

٤ س + ٥٠ = ١٠٠

٤ س = ١٠٠ - ٥٠ = ٥٠

$$س = \frac{٥٠}{٤} = ١٢,٥ \text{ وحدة}$$

وبذلك تكون الميزانية المثلى لهذا المستهلك بعد التغيير هى ١٢,٥ وحدة من السلعة س ، ١٠ وحدات من السلعة ص . والملاحظ فى هذا المثال أن ارتفاع سعر الوحدة من السلعة س قد أدى إلى نقص الكمية المشتراه منها عند التوازن ولكن لم يؤثر على مشتريات المستهلك من السلعة الأخرى ص إذ أن دالة السواء التى نقوم بتحليلها لا تعطى أهمية لأى من السلعتين بالنسبة إلى الأخرى حيث نجد أن ما ينفقه مستهلكنا هذا على السلعة س = نصف دخله بينما ينفق النصف الآخر على السلعة ص.

ولكن تغير مشتريات المستهلك من السلعة س يؤدى إلى انتقاله إلى منحنى سواء أقل من منحنى السواء السابق حيث يقل الإشباع الكلى للمستهلك بسبب هذا التغير فيصبح ١٢,٥ × ١٠ = ١٢٥ بدلا من ٢٥٠ و يأتى هذا التغيير نتيجة تغير ميل خط الميزانية يصبح $-\frac{٤}{٥}$ بدلا من -

وزيادة ميل هذا الخط تجعله ينتقل إلى الداخل فى خريطة السواء وبذلك مستوى الإشباع الذى يحققه المستهلك .

وإذا افترضنا أن ثمن الوحدة من السلعة س انخفض إلى قرش واحد بدلا من قرشين ، فإننا نصل إلى نتيجة عكسية ، كذلك نصل إلى نفس النتائج إذا افترضنا تغير سعر الوحدة من السلعة ص بالزيادة أو بالنقص وذلك مع ثبات دخل المستهلك .

مثال (٨) :

استنتج الميزانية المثلى على فرض بقاء سعر الوحدة من السلعتين ثابتا عند جنيهان للوحدة من س ، وخمسة جنيهات للوحدة من ص مع افتراض أن دخل المستهلك السابق قد ارتفع إلى ٢٠٠ جنيه .

الحل :

دالة ميزانية المستهلك :

٢ س + ٥ ص = ٢٠٠

٢ س = ٢٠٠ – ٥ ص

$$س = ١٠٠ - \frac{٥}{٢} ص$$

دالة السواء م = س ص

$$م = (١٠٠ - \frac{٢}{٥} ص) ص$$

م = ١٠٠ – ٥ ص = صفر

ص = ٢٠

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة ص ينتج أن :

٢ س + ٥ × ٢٠ = ٢٠٠

٢ س = ٢٠٠ – ١٠٠

س = ٥٠ وحدة

وتؤدى زيادة الدخل فى هذا المثال إلى انتقال خط الميزانية إلى أعلى ولكن الخط الجديد يصبح موازيا للخط فى المثال رقم (٦) حيث أن ميل الخط الجديد $\frac{٢}{٥}$ كذلك . وانتقال خط الميزانية إلى أعلى يجعله يمس منحنى سواء أعلى من منحنى السواء فى المثال رقم (٦) ، وبالتالى فإن المستهلك نتيجة ارتفاع دخله يحقق مستوى أعلى من الإشباع حيث تصبح المنفعة الكلية = ٥٠ × ٢٠ = ١٠٠٠ بدلا من ٢٥٠ وهى المنفعة الكلية التى يمثلها منحنى السواء عند وضع التوازن فى المثال (٦) .

مثال (٩) :

مـــن واقـــع البـــيانات التى حصلنا عليها فى المثالين (٦) ، (٧) فيما يتعلق بالكميات التى يشتريها المستهلك من السلعة س عند كل سعر ، نستطيع أن نستنتج دالة الطلـــب على هذه السلعة . فمثلا يتبين لنا أنه عندما كان سعر الوحدة من السلعة س = ٢ جنـــيه كانـــت الكمية المشتراه هى ٢٥ وحدة ، وعندما ارتفع السعر إلى ٤ جنيهات انخفضـــت الكمـــية المطلوبة إلى ١٢,٥ وحدة . وعليه يمكن إيجاد دالة الطلب تبعا لأى نقطتين باستخدام العلاقة :

$$\frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

حيث تعبر ص عن الكمية المطلوبة ، س عن السعر .

$$\frac{ص - ٢٥}{س - ٢} = \frac{١٢,٥ - ٢٥}{٤ - ٢}$$

$$\frac{ص - ٢٥}{س - ٢} = - ٦,٢٥ \text{ س}$$

$$ص = ٣٧,٥ - ٦,٢٥ \text{ س}$$

مثال (١٠) :

نستطيع أن نستنتج من واقع البيانات التى حصلنا عليها فى المثالين ٦ ، ٨ دالة الطلـــب علـــى السعة س بالنسبة لدخل المستهلك . فمثلا يتبين لنا أنه عندما كان دخل المستهلك ١٠٠ جنيه كان المستهلك يشترى ٢٥ وحدة من هذه السلعة عند التوازن ، ولكـــن عـــندما أصـــبح الدخل ٢٠٠ جنيه فإنه يشترى ٥٠ وحدة عند التوازن الجديد ، وعليه يمكن إيجاد دالة الطلب كالتالى :

$$\frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

حيث ص الكمية المطلوبة ، س تعبر عن الدخل .

$$\frac{ص - ٢٥}{س - ١٠٠} = \frac{٥٠ - ٢٥}{٢٠٠ - ١٠٠}$$

$$\frac{ص - ٢٥}{س - ١٠٠} = \frac{١}{٤}$$

٤ ص - ١٠٠ = س - ١٠٠

٤ ص = س

$$ص = \frac{١}{٤} س$$

ومن الملاحظ أن دالة السواء التى استخدمناها تساعدنا فى إيجاد كميات من أى من السلعتين عندما يكون تغيرها خطا مستقيما ، ولذا فإننا استخدمنا دالة الدرجة الأولى . ولكــن هذه ليست قاعدة عامة إذ لابد من استنتاج عدة نقط عن الطلب والسعر أو عن الطلب والدخل حتى يمكن تحديد درجة دالة الطلب تحديداً دقيقاً .

٢- مضاعف لاجرانج : Lagrange Multipler

أوضــحنا فـيما سـبق أن نقطة توازن المستهلك هى نقطة التماس بين منحنى الســواء وخــط الميزانية . وهذا يعنى أن المستهلك يكون حرا فى الحركة على منحنى سواء معين بشرط أن يكون ذلك فى حدود دخله وسعر الوحدة من كل السلعتين لذلك . فإنــنا هــنا نضيف شرط الميزانية إلى دالة السواء للحصول على دالة جديدة تجمع بين تفضــيل المستهلك للمجموعات المختلفة التى تحقق له إشباعا معيناً - وهذا يظهر فى دالة السواء - وبين القيود التى تتحكم فى مشترياته وهى الدخل والأسعار . وهذه الدالة الجديدة تكون :

$$ف = س ص + (الدخل - ع_١ س - ع_٢ ص)$$

ويمكن القول بأن إضافة شرط الميزانية لا يعتبر خطأ من الناحية الجبرية إذ أن قـيمة ما بداخل القوس = صفر إلا أنه من ناحية أخرى قد تؤدى إضافة شرط الميزانية إلـــى زيـــادة عدد المتغيرات المستقلة فى الدالة لتصبح ثلاث متغيرات مستقلة بدلا من اثنين فقط هما س ، ص .

وبالـــتالى فإنـــه عند إجراء التفاضل الجزئى يجب الحصول على ثلاث مشتقات جزئية ، وتـــتحقق النهاية العظمى أو الصغرى للدالة عندما تكون كل مشتقة جزئية من الثلاث = صـــفر غير أن الوضع فى الدالة الجديدة يؤدى عند إجراء التفاضل الجزئى إلى الحصول علـــى مشتقتين فقط حيث تكون المشتقة الثالثة مساوية للواحد الصحيح . ولكن الواحد الصحيح لا يساوى صفرا . لذلك قام عالم الرياضيات الفرنسى " لاجرانج " Lagrange بإدخـــال قـــيمة معيـــنة على المتغير المستقل تسمى بمضاعف لاجرانج ، وعليه تصبح الدالة:

ف = س ص + ل (الدخل - ع١ س - ع٢ ص)

حيـــث تعـــبر ل عن قيمة مجهولة يمكن استنتاجها رياضيا ، وهى تساعدنا فى استنتاج ثلاث مشتقات جزئية كل منها عند النهاية العظمى = صفر .

مثال (١١) :

إذا كانـــت دالة السواء التى تمثلها المعادلة م = س ص٢ وكان دخل المستهلك ٢٠ جنيها وسعر الوحدة من س = ١ جنيه واحد ، وسعر الوحدة من ص = ٤ جنيهات . فالمطلوب ، استنتاج الميزانية المثلى للمستهلك باستخدام مضاعف لاجرانج .

الحل :

باستخدام مضاعف لاجرانج نحصل على الدالة :

ف = س ص٢ + ل (٢٠ - س - ٤ ص)

التفاضل الجزئى بالنسبة إلى س :

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د س}} = \text{ص}^{٢} - \text{ل}$$

التفاضل الجزئى بالنسبة إلى ص .

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ص}} = \text{٢ س ص} - \text{٤ ل}$$

تتحقق النهاية العظمى لاشباع المستهلك عندما تساوى كل من المشتقتين صفرا .

$\therefore$ ص٢ - ل = صفر

أى أن ص^{٢} = ل ... (١)

، ٢ س ص - ٤ ل = صفر

أى أن ٢ س ص = ٤ ل ... (٢)

وبقسمة المعادلة (١) على المعادلة (٢) ينتج أن :

$$\frac{ص^{٢}}{٢\ س\ ص} = \frac{ل}{٤\ ل} = \frac{١}{٤}$$

ومـــن المعروف أن ص^{٢} هى المشتقة الجزئية لدالة السواء بالنسبة إلى س أى المنفعة الحديـــة للسعة س ، ٢ س ص هى المشتقة الجزئية لدالة السواء بالنسبة إلى ص أى المنفعة الحدية للسلعة ص .

$$\frac{ص^{٢}}{٢\ س\ ص} = \frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}} = \frac{١}{٤}$$

ويلاحظ أن $\frac{١}{٤}$ هـــى النسبة بين سعر الوحدة من السلعة س إلى سعر الوحدة من السلعة ص .

$$\therefore \quad \frac{ص^{٢}}{٢\ س\ ص} = \frac{ع_{١}}{ع_{٢}}$$

$$\therefore \quad \frac{ص}{٢\ س} = \frac{ع_{١}}{ع_{٢}}$$

$$\therefore \quad ص = \frac{٢س\ ع_{١}}{ع_{٢}}$$

$$\therefore \quad س = \frac{ص\ ع_{٢}}{٢\ ع_{١}}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية : الدخل = ع$_{١}$ س + ع$_{٢}$ ص عن قيمة ص نحصل على :

الدخل = ع$_{١}$ س + ع$_{٢}$ $\left(\frac{٢س\ ع_{١}}{ع_{٢}}\right)$

= ع$_{١}$ س + ٢ س ع$_{١}$

$= ٣\, \text{ع}_١ \,\text{س}$

$\therefore\ \text{س} = \dfrac{\text{الدخل}}{٣\,\text{ع}_١}$ وهى دالة تمثل طلب المستهلك على السلعة

س عند التوازن بدلالة الدخل وسعر الوحدة من هذه السلعة .

$\text{س} = \dfrac{٢٠}{٣ \times ١} = ٦\dfrac{٢}{٣}$ وحدة

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة س ينتج أن :

$\text{الدخل} = \text{ع}_١ \times \dfrac{\text{ص ع}_٢}{٢\,\text{ع}_١} + \text{ع}_٢\,\text{ص}$

$= \dfrac{\text{ص ع}_٢}{٢} + \text{ص ع}_٢$

$= \dfrac{\text{ص ع}_٢ + \text{ص ع}_٢}{٢} = \dfrac{٢\,\text{ص ع}_٢}{٢}$

$\text{ص} = \dfrac{٢ \times \text{الدخل}}{٢\,\text{ع}_٢}$ وهى دالة تمثل الطلب على السلعة هى عند

عند التوازن بدلالة الدخل وسعر الوحدة من هذه السلعة .

$\therefore\ \text{ص} = \dfrac{٢ \times ٢٠}{٣ \times ٤} = \dfrac{٤٠}{١٢} = \dfrac{١}{٢}\ ٣$ وحدة

وللتحقق من النتائج التى وصلنا إليها نطبق شرط التوازن التالى :

$\dfrac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{المنفعة الحدية}} = \dfrac{\text{سعر الوحدة س}}{\text{سعر الوحدة ص}}$

$\dfrac{\text{ص}^٢}{٢\,\text{س ص}} = \dfrac{٣\frac{١}{٣} \times ٣\frac{١}{٣}}{٢ \times ٦\frac{٢}{٣} \times ٣\frac{١}{٣}} = \dfrac{١٠٠}{٩} = \dfrac{٤٠٠}{٩}$

$$= \frac{١٠٠}{٩} \times \frac{٩}{٤٠٠} = \frac{١}{٤}$$

وهى النسبة بين سعرى السلعتين .

كذلك نستطيع ايجاد المنفعة الحدية للنقود بالنسبة لكل من السلعتين :

أولا : بالنسبة للسلعة س .

$$\frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة س}}{\text{سعر السلعة س}} = \frac{ص^{٢}}{١} = \frac{١}{٣}\ ٣\ \frac{١}{٣}\ ٣$$

$$= \frac{١٠٠}{٩}$$

ثانياً : بالنسبة للسلعة ص

$$\frac{\text{المنفعة الحدية للسلعة ص}}{\text{سعر السلعة ص}} = \frac{٢\ س\ ص}{٤} = \frac{٤٠٠}{٩} \div ٤$$

$$= \frac{٤٠٠}{٩} \times \frac{١}{٤} = \frac{١٠٠}{٩}$$

٣- التحويل الثنائى والفردى في دالة السواء :

يقصد بالتحويل الثنائى للدالة إجراء نفس التغيير على كل من س ، ص ، فالدالة م = س ص تتحول ثنائيا فتصبح م = س^{٢} ص^{٢} والتحويل الثنائى للدالة لا يغير من شكل منحنى السواء . أما التحويل الفردى فى الدالة يعنى تغيير منحنى السواء وبذلك يتغير وضع التوازن للمستهلك بالرغم من ثبات دخله وأسعار السلعتين . ويقصد بالتحويل الفردى فى الدالة إجراء تغيير على واحد فقط من المتغيرين المستقلين ، فالدالة السواء م = س ص تصبح بالتحويل الفردى م = س^{٢} ص مثلا .

مثال (١٢) :

استنتجنا فى المثال رقم (٦) أنه عندما كان دخل المستهلك ١٠٠ جنيه وسعر الوحدة مـــن س جنيهان وسعر الوحدة من ص خمسة جنيهات ودالة السواء = س ص ، فإن كميات التوازن هى ٢٥ وحدة من س ، ١٠ وحدات من ص . والآن نفترض أننا حولنا دالـــة الســـواء تحويـــلا ثنائـــيا لتصـــبح $س^2 ص^2$ ، فهل يتغير وضع التوازن بالنسبة للمستهلك إذا بقى دخله وأسعار السلعتين على ما هى عليه ؟

الحل :

بإضافة شرط الميزانية لدالة السواء نحصل على :

$$ف = س^2 ص^2 + ل (د - ع_1 س - ع_2 ص)$$

$$\therefore \quad \frac{د ف}{د س} = ٢ س ص^2 - ل ع_1$$

$$، \quad \frac{د ف}{د ص} = ٢ ص س^2 - ل ع_2$$

تتحقق النهاية العظمى عندما تكون :

$$٢ س ص^2 - ل ع_1 = صفر$$

$$أى \; ٢ س ص^2 = ل ع_1 \qquad ... (١)$$

وتتحقق النهاية العظمى عندما تكون :

$$٢ ص س^2 - ل ع_2 = صفر$$

$$أى \; ٢ ص س^2 = ل ع_2 \qquad ... (٢)$$

وبقسمة المعادلة (١) على المعادلة (٢) نحصل على :

$$\frac{٢ س ص^2}{٢ ص س^2} = \frac{ل ع_1}{ل ع_2}$$

$$\therefore \quad \frac{ص}{س} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

$$ص = \frac{س ع_1}{ع_2} \quad ، \quad س = \frac{ص ع_2}{ع_1}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة ص ينتج أن :

$$الدخل = ع_1 س + ع_2 \frac{(س ع_1)}{ع_2}$$

$$= ع_1 س + س ع_1 = ٢ ع_1 س$$

$$\therefore \quad س = \frac{الدخل}{٢ ع_1} = \frac{١٠٠}{٢ \times ٢} = ٢٥ \text{ وحدة}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة س ينتج أن :

$$الدخل = ع_1 \times \frac{ص ع_2}{ع_1} + ع_2 ص$$

$$\therefore \quad الدخل = ص ع_2 + ع_2 ص = ٢ ص ع_2$$

$$\therefore \quad ص = \frac{الدخل}{٢ ع_2}$$

$$= \frac{١٠٠}{٢ \times ٥} = ١٠ \text{ وحدات}$$

يتضــح مــن ذلك أن كميات التوازن التى حصلنا عليها فى هذا المثال هى نفس الكمــيات التى استنتجناها فى المثال رقم (٦) وبالرغم من تحويل الدالة تحويلا ثنائيا وبالــتالى فإن التحويل الثنائى للدالة لا يغير من شكل منحنى السواء . وعليه فإن وضع التوازن بالنسبة للمستهلك لا يتغير طالما بقى دخله وأسعار السلع على ما هى عليه .

مثال (١٣) :

نفــترض هــنا مــن واقع بيانات المثال السابق أننا حولنا دالة السواء س ص تحويــلا فرديا لكى تصبح $س^2$ ص ، فهل يتغير وضع التوازن بالنسبة للمستهلك بالرغم من ثبات دخله وأسعار السلعتين ؟

الحل :

بإضافة شرط الميزانية لدالة السواء $س^2 ص$ نحصل على :

$$ف = س^2 ص + ل (د - ع_1 س - ع_2 ص)$$

$$\therefore \quad \frac{د ف}{د س} = 2 س ص - ل ع_1$$

$$، \quad \frac{د ف}{د ص} = س^2 - ل ع_2$$

وتتحقق النهاية للدالة عندما تكون :

$$2 س ص - ل ع_1 = صفر$$

أى $2 س ص = ل ع_1$ .... (1)

كما تتحقق النهاية عندما تكون :

$$س^2 - ل ع_2 = صفر$$

أى $س^2 = ل ع_2$ .... (2)

وبقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) ينتج أن :

$$\frac{2 س ص}{س^2} = \frac{ل ع_1}{ل ع_2}$$

$$\therefore \quad \frac{2 ص}{س} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

$$\therefore \quad س = \frac{2 ص ع_2}{ع_1}$$

$$، \quad ص = \frac{س ع_1}{2 ع_2}$$

$$ص = \frac{س ع_1}{2 ع_2}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة س نحصل على :

$$\text{الدخل} = \text{ع}_{١} \times \frac{\text{٢ص ع}_{٢}}{\text{ع}_{١}} + \text{ع}_{٢}\text{ص}$$

$$= \text{٣ ص ع}_{٢}$$

$$\therefore \quad \text{ص} = \frac{\text{الدخل}}{\text{٣ ع}_{٢}} = \frac{١٠٠}{٣ \times ٥} = ٦ \frac{٢}{٣} \text{ وحدة}$$

وبالتعويض فى دالة الميزانية عن قيمة ص ينتج أن :

$$\text{الدخل} = \text{ع}_{١}\text{س} + \text{ع}_{٢} \frac{\text{س ع}_{١}}{\text{٢ع}_{٢}}$$

$$= \text{ع}_{١}\text{س} + \frac{\text{س ع}_{١}}{٢}$$

$$\therefore \quad \text{س} = \frac{٢ \times \text{الدخل}}{\text{٣ ع}_{١}}$$

$$= \frac{٢ \times ١٠٠}{٣ \times ٢} = \frac{٢٠٠}{٦} = ٣٣ \frac{١}{٣} \text{ وحدة}$$

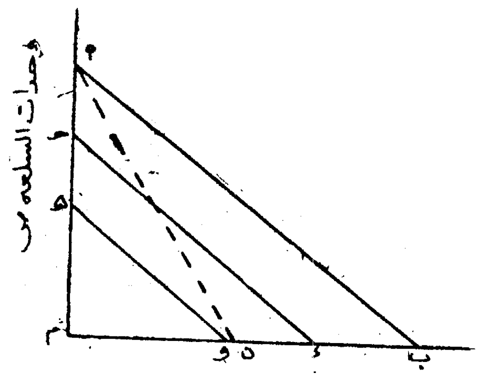
ويتضح من ذلك أن التحويل الفردى فى دالة السواء يؤدى إلى تغيير نقطة التوازن إلى $٦ \frac{٢}{٣}$ وحدة من السلعة ص ، $٣٣ \frac{١}{٣}$ وحدة من السلعة س بالرغم من ثبات دخل المستهلك وثبات سعرى السلعتين .

٤- أشكال أخرى لمنحنيات السواء :

Another Figures of indifference Curves :

ذكــرنا فــيما ســبق أن منحنى السواء العادى ينحدر من أعلى إلى أسفل ناحية اليمين ويكون محدبا تجاه نقطة الأصل مما يدل على تناقص المعدل الحدى للإحلال بين السـلعتين موضـع الدراسـة غير أن منحنى السواء قد يتخذ أشكالاً أخرى غير الشكل العادى له .

فــإذا افترضنا أن السلعتين س ، ص مثلا بدائل كاملة ، فإن الأمر يختلف حيث لا يأخذ منحنى السواء شكل المنحنى بالفعل ؛ بل إنه يأخذ شكل الخط المستقيم وفى هذه الحالة يكون المعدل الحدى للإحلال ثابتا بصرف النظر عن المدى الذى يمكن فيه إحلال السـلعتين كل منهما محل الآخر ففى الشكل رقم (٦) نجد أن منحنى السواء فى حالة الـبدائل الكاملة يأخذ شكل الخط المستقيم الثابت الميل مما يدل على ثبات المعدل الحدى للاحلال .

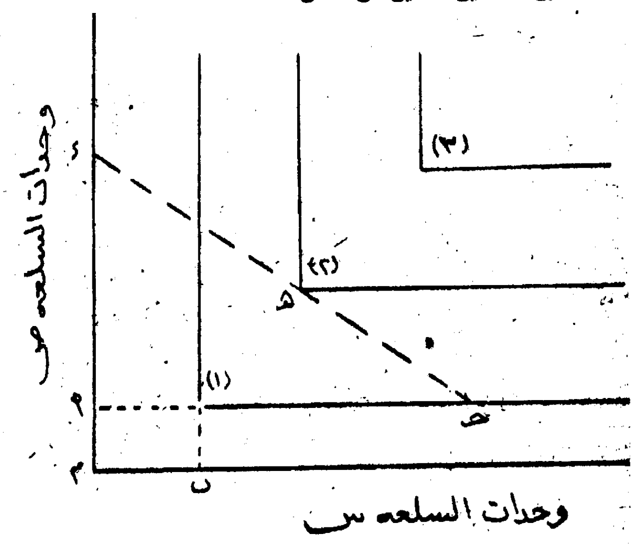


وحدات السلعة س

شكل رقم (٦)

ففى حالة ما إذا كان ميل خط الميزانية مساو لمعدل الإحلال الحدى الثابت ، فإن التوازن يتحقق بحصول المستهلك على أى مجموعة من السلعتين س ، ص تقع على طول خط الميزانية . أما إذا كان ميل خط الميزانية لا يساوى المعدل الحدى للإحلال فستكون أمام حالة شاذة لأن المستهلك يحاول أن يصل إلى أعلى منحنى سواء ممكن (أ ب) للحصول على أقصى إشباع يتيحه له دخله ، ويتم ذلك عند أحد المحورين الأفقى أو الرأسى حيث يحصل المستهلك على سلعة واحدة فقط من السلعتين ، وهذا ما توضحه النقطة (أ) فى الشكل السابق حيث يحصل المستهلك على م أ من السلعة ص ولا يحصل على أى شيء من السلعة س .

أما إذا كانت السلعتان مكملتين لبعضهما تماما ، فإنهما يمتزجان معا لاشباع حاجة معينة لدى المستهلك ، ولهذا لا يمكن الاختيار بينهما ، وبمعنى آخر فإنه لا يصح التفكير فى زيادة الكمية المستهلكة من إحداهما على حساب نقص الكمية المستهلكة من الأخرى أو بالعكس . والواقع أن زيادة الكمية المستهلكة من سلعة ما تتطلب زيادة الكمية المستهلكة من السلعة المكملة لها والعكس صحيح . وفى الشكل رقم (٧) نقوم بتصوير حالة سلعتين مكملتين تامتين س ، ص .



شكل رقم (٧)

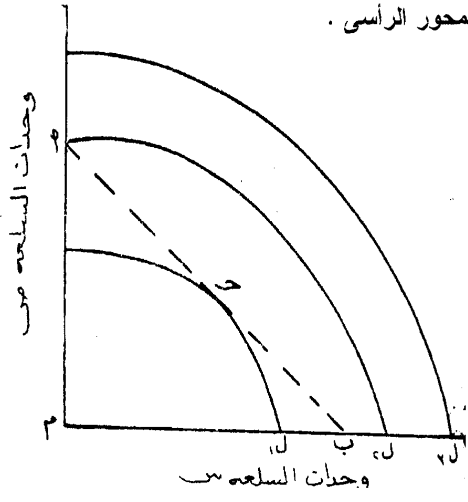
ويلاحـــظ مـــن هـــذا الرسم أن منحنى السواء يتخذ شكل المحورين المتعامدين بـــزاوية قائمـــة نحو نقطة الأصل وفى هذه الحالة ، فإن المعدل الحدى للإحلال = صفر حيث أن الكمية م ب من السلعة س لابد أن تمتزج مع الكمية م أ من السلعة ص حتى يحصـــل المســـتهلك على الإشباع . فإذا زاد ما لدى المستهلك من س بأى قدر فإنه لن يســـتطيع أن يقلـــل من الكمية المطلوبة من ص عن المقدار م أ . وعلى ذلك تصبح أى كمية إضافية من السلعة س (أكبر من م ب) بلا فائدة إن لم يستطع المستهلك زيادة ما لديه من ص .

وبـــنفس المنطق إذا زاد مالدى المستهلك من ص بأى قدر أكبر من م أ ، فإنه لن يستطيع أن يقلل استهلاكه من س عن المقدار م ب ، ولذلك تصبح أى كمية إضافية لـــدى المســـتهلك أكبر من م أ لا لزوم لها طالما أنه يستطيع زيادة ما لديه من السلعة المكملـــة لهـــا وهـــى س . والواقع أن المستهلك فى حالة السلعتين المكملتين لن يكون أمامه غير الانتقال من المجموعة (١) إلى المجموعة (٢) إلى المجموعة (٣) مع ملاحظـــة أن المجموعة رقم (٢) أفضل من رقم (١) لأنها تحتوى على كميات أكبر مـــن كـــل من س ، ص وكذلك فإن المجموعة (٣) أفضل من المجموعة رقم (٢) . وبالـــتالى فإن المجموعات (١) ، (٢) ، (٣) لا يمكن أن تقع على منحنى السواء الواحـــد لأن منحـــنى الســـواء الواحد يحتوى على مجموعات سلعية تعطى نفس درجة الإشباع .

ويـــتحقق توازن المستهلك دائما عندما يمس خط الميزانية منحنى السواء عند الأركـــان ، وكمـــا فـــى الشـــكل رقـــم (٧) يمس خط الميزانية جـــ د منحنى السواء رقم (٢) عند النقطة هـــ ، وفى هذه الحالة يتحقق شرط التوازن الشامل ، فعلى يسار النقطة هـــ نجد أن انحدار المقطع الرأسى من منحنى السواء = ∞ لذلك فهو أكبر من مـــيل خـــط الميزانـــية ، وعلى يمين النقطة هـــ نجد أن ميل المقطع الأفقى من منحنى السواء = صفر لذلك فهو أقل من ميل خط الميزانية .

وقد يصبح منحنى السواء محدبا تجاه الخارج أى مقعرا تجاه نقطة الأصل وذلك إذا فرضـــنا أن المعـــدل الحدى للإحلال يتزايد بدلا من أن يتناقص فتزايد المعدل الحدى للإحـــلال على أساس التعريف الذى اتخذناه يعنى أن المستهلك على استعداد للتنازل عن كمـــية أكبر فأكبر من السلعة التى تقل كمياتها لديه مقابل وحدة من السلعة الأخرى التى تزداد كميتها لديه خلال عملية الإحلال .

وفـــى الشـــكل رقم (٨) نلاحظ خريطة منحنيات السواء المقعرة ل١ ، ل٢ ، ل٣ وخـــط الميزانية أ ب يمس منحنى السواء ل١ عند النقطة جـ . ولكن التوازن لا يتحقق عـــند هذه النقطة حيث لا يحقق المستهلك أقصى قدر من الإشباع ، بل يستطيع أن يزيد إشـــباعه بالـــتحرك فـــى اتجاه أحد المحورين إلى النقطة ب على المحور الأفقى أو إلى النقطة أ على المحور الرأسى .

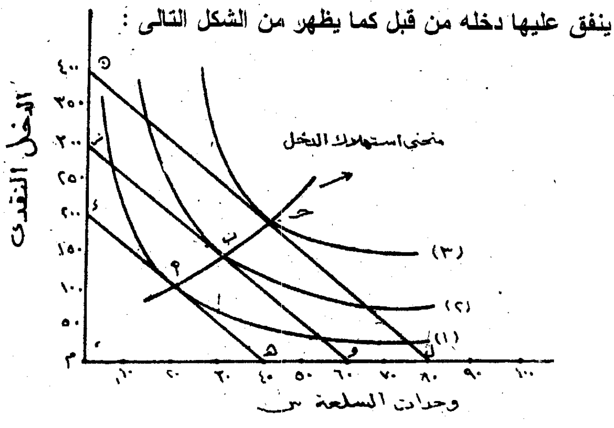


شكل رقم (٨)

ويـــتحقق توازن المستهلك عند النقطة (أ) حيث يستهلك الفرد م أ من السلعة ص ، ولا يســـتهلك شـــيئا مـــن السلعة س . هذا بالإضافة إلى أن المستهلك سيكون قد وصـــل إلـــى أعلى منحنى سواء ممكن يتجه له خط الميزانية وهو منحنى السواء ل٢ ، وفى هذه الحالة يقال أن المستهلك يتحيز للسلعة ص .

٥- أثر الدخل : Income Effect

يقصـــد بأثـــر الدخل دراسة التغيرات التى تطرأ على وضع التوازن الذى يكون عليه المستهلك عندما يتغير دخله النقدى بالزيادة أو النقص مع بقاء أسعار السلع التى يـــنفق عليها دخله أو التى يمكن أن ينفق عليها هذا الدخل الثابت وكقاعدة عامة يمكن القول بأن الزيادة فى دخل المستهلك يترتب عليها شراء كميات أكبر من السلع التى كان ينفق عليها دخله من قبل كما يظهر من الشكل التالى :



الشكل رقم (٩)

وفـــى هذا الشكل ، تبين خطوط الميزانية د هـ ، ز و ، ن ل على أساس ثبات ســـعر الســـلعة س حيث أن سعرا يساوى ٥ جنيهات للوحدة ، لذلك نجد أن ميل خطوط الميزانـــية متســـاوى وأنهـــا متوازية . ويمثل خط الميزانية د هـ الكميات المستهلكة المحتملة عندما يكون الدخل = ٢٠٠ جنيه ، ويمثل خط الميزانية ز والكميات المستهلكة المحتملة عندما يكون دخل المستهلك = ٣٠٠ جنيه كما يمثل خط الميزانية ن ل الكميات المستهلكة المحتملة عندما يكون دخل المستهلك = ٤٠٠ جنيه .

ونســـتطيع أن نجد على كل من هذه الخطوط نقطة التوازن - أى نقطة التماس مع أعلى منحنى سواء ممكن - وهى النقط أ ، ب ، جـ . والمنحنى أ ب جـ الذى يمثل المحـــل الهندسى لهذه النقاط يبين كيف تتغير مشتريات المستهلك من السلعة س عندما يتغير دخله ، ويسمى هذا المنحنى منحنى استهلاك الدخل .

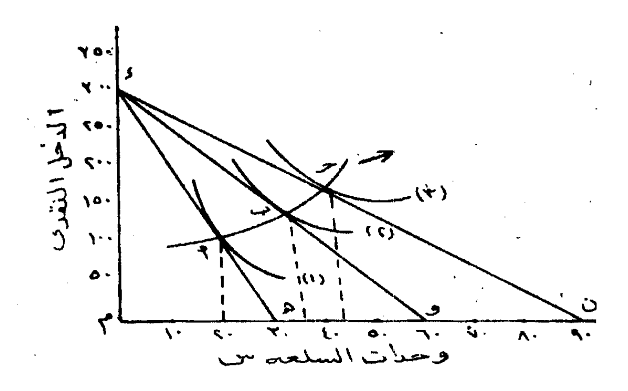
ويلاحـــظ أن منحـــنى استهلاك الدخل هو الذى يبين لنا درجة التغير فى الكمية المطلوبـــة مـــن السلعة س نتيجة لتغير الدخل مع ثبات العوامل الأخرى وقد رأينا عن طـــريق تحليل منحنيات السواء أن العلاقة طردية بين الكمية المطلوبة والدخل مع ثبات سعر السلعة س .

غير أن هناك حالات استثنائية خاصة بالسلع الدنيا أو السلع الرديئة حيث تؤدى زيادة الدخل النقدى مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة إلى نقص الطلب على السلعة الدنيا أو الرديـــئة . ففى هذه الحالة يأخذ منحنى استهلاك الدخل شكلا معينا يؤكد أن هناك علاقة عكســـية بيـــن الطلب على السلعة الدنيا ودخل المستهلك حيث نجد أن منحنى استهلاك الدخـــل يتجه بادئ الأمر ناحية الشمالى الشرقى ثم يلتف بعد ذلك ناحية الشمال الغربى دلالـــة علـــى أنـــه بعد وصول المستهلك إلى مستوى معين فإنه يشترى كميات أقل من السلعة س والسلع التى يكون هذا صحيحا بالنسبة لها هى السلع الدنيا .

٦- أثر السعر : Price Effect

ويقصـــد بذلك أثر التغير فى سعر إحدى السلع على طلب المستهلك لهذه السلعة علـــى فرض ثبات كل من الدخل النقدى الذى يحصل عليه وكذلك أسعار السلع الأخرى . وكقـــاعدة عامـــة فإن انخفاض سعر سلعة معينة يؤدى إلى زيادة الكميات التى يشتريها المستهلك منها .

ويظهـــر أثر التغير فى السعرفى الشكل رقم (١٠) حيث نقيس وحدات السلعة س على المحور الأفقى ووحدات الدخل النقدى على المحور الرأسى .
وتوضـــح خـــريطة منحنيات السواء فى هذا الشكل تفضيلات المستهلك بين السلعة س والسلع الأخرى التى نعبر عنها بالجزء الباقى من دخل المستهلك والذى ينفقه عليها .



منحنى استهلاك السعر

شكل رقم (١٠)

ويعتبر الجزء من المحور الرأسى الذى تقطعه خطوط الميزانية بمثابة دخل المستهلك الذى نفترض ثباته ، ويمكن التعبير رياضيا عن معادلة أى خط من خطوط الميزانية على النحو التالى :

$$د^{-} = د - ث_{س} \times ك_{س}$$

حيث $د^{-}$: دخل المستهلك المنفق على جميع السلع ما عدا السلعة س .

د : الدخل الكلى للمستهلك ، ونحن نفترض ثباته .

$ث_{س}$: سعر السلعة س

$ك_{س}$: الكمية المشتراه من وحدات السلعة س .

ويلاحظ فى الشكل السابق ما يلى :

١- تبنى خطوط الميزانية د هـ ، د و ، د ن على أساس ثبات دخل المستهلك وقدره ٣٠٠ جنيه . وهذا هو السبب فى أن خطوط الميزانية الثلاث تقطع المحور الرأسى فى نقطة واحدة هى (د) .

٢- يختلف سعر السلعة س فى كل حالة ويتضح ذلك من اختلاف ميل خطوط الميزانية الثلاث وتعدد نقطة تقاطعها على المحور الأفقى هـ ، و ، ن .

٣- يعبر الجزء من المحور الأفقى الذى يقطعه خط الميزانية عن الكمية التى يستطيع المستهلك شراءها عند السعر المحدد إذا أنفق دخله كله على السلعة س . فبالنسبة لخط الميزانية د هـ يشترى المستهلك ٣٠ وحدة من السلعة س

حيث يكون سعر السلعة س= $\frac{\text{دخل المستهلك}}{\text{عدد الوحدات المشتراه}} = \frac{٣٠٠}{٣٠}$

= ١٠ جنيهات

وعند خط الميزانية د و يشترى المستهلك بكامل دخله ٦٠ وحدة من السلعة س ويكون سعر الوحدة من السلعة س

$\frac{٣٠٠}{٦٠}$ = ٥ جنيهات

وعند خط الميزانية د ن يشترى المستهلك بدخله كله ٩٠ وحدة من السلعة س وبالتالى يكون سعر الوحدة من السلعة س

= $\frac{٣٠٠}{٩٠} = \frac{١}{٣}$ ٣ جنيه .

٤- تحقق نقطة التماس (أ) مثلا توازن المستهلك بمعنى أنه عندما يكون دخل المستهلك ٣٠٠ جنيه وسعر السلعة س ١٠ جنيهات للوحدة ، فإن المستهلك يحصل على أقصى إشباع له باستهلاك ٢٠ وحدة من السلعة س واتفاق ١٠٠ جنيه المتبقية من دخله على السلع الأخرى حيث :

$\bar{د} = د - ث_{س} \times ك_{س}$

١٠٠ = ٣٠٠ - ١٠ × ٢٠

وبالمثل فإن النقطتين ب ، جـ تمثلان كل منهما توازن المستهلك عند الأسعار المختلفة للسلعة (س) ٥ جنيه ، $\frac{١}{٣}$ ٣ جنيه .

وباســتخدام هذه الطريقة يكون من السهل علينا أن نستنتج من منحنى استهلاك السعر أ ب جـ ما تحتاجه لبناء جدول الطلب الذى يبين العلاقة بين الكمية المطلوبة من الســلعة س وســعرها مــع ثبات كل الأذواق والدخل وأسعار السلع الأخرى ، هذا مع افــتراض أن ميل خط الميزانية يعطينا سعر السلعة س فمثلا عند النقطة أ على منحنى استهلاك السعر فى الشكل رقم (١٠) كمية التوازن = ٢٠ وحدة من السلعة س وميل خط الميزانية عند نقطة التماس أ = $\frac{٣٠٠}{٣٠}$ = ١٠ أى عندما يكون السعر السائد هو ١٠ جنيهات للوحدة فإن المستهلك يشترى ٢٠ وحدة من السلعة س . وعلى هذا النحو يمكــن إيجــاد عــدد من النقط الأخرى ب ، جـ ، ... وهكذا يمكن تمثيل العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة س وسعرها .

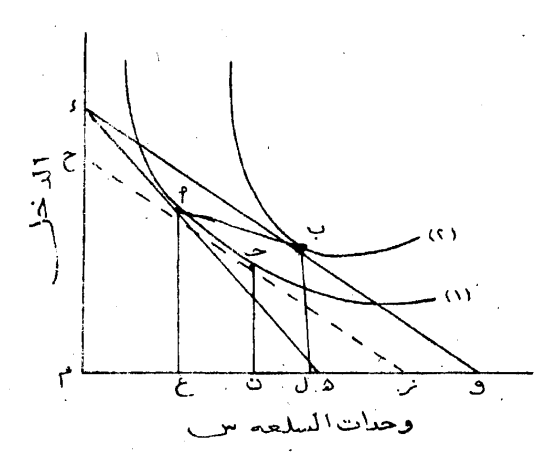
٧- أثر الدخل وأثر الإحلال : Income & Replacement Effect

يؤدى انخفاض سعر سلعة معينة إلى زيادة الكميات التى يشتريها المستهلك منها . وفى الواقع فإن هناك سببين يدعوان إلى ذلك . فرغم بقاء الدخل النقدى ثابتا على ما هــو علــيه ،إلا أن انخفاض سعر إحدى السلع التى تعود المستهلك على شراءها يعنى تحســناً فى وضعه الاقتصادى مشابه للتحسن الذى كان يشعر به لو أن دخله النقدى قد زاد .

فكل انخفاض فى سعر السلعة التى يشتريها يعنى كسبا له يماثل الكسب النقدى ويــزداد هــذا الكسب كلما كان الانخفاض أكبر ، وكلما كان المستهلك ينفق على السلعة كمــية أكبر من النقود . ومن هنا فإن انخفاض سعر السلعة يحدث أثراً يشابه من بعض الــنواحى أثــر زيادة الدخل النقدى ، ويؤدى إلى زيادة إقباله على شراء مختلف السلع ومنها السلعة التى انخفض سعرها .

علـــى أن انخفـــاض سعر هذه السلعة يؤدى إلى زيادة الإقبال عليها لسبب غير السـبب المـتعلق بـزيادة قدرة المستهلك على الشراء . هذا السبب الآخر هو أنه مع انخفـاض سعر سلعة معينة وبقاء أسعار السلع الأخرى على حالها دون انخفاض ، فإن المسـتهلك يمـيل إلى إحلال السلعة التى انخفض سعرها محل السلع الأخرى التى بقى سعرها دون تغيير ، ويسمى هذا الاتجاه الثانى القائم على إعادة توزيع المستهلك لدخله بين السلع المختلفة نتيجة لتغير سعرها بأثر الإحلال . ومن ذلك كله نرى أن أثر السعر يـتكون فـى حقيقة الأمر من قوتين أو مؤثرين : أحدهما هو أثر الدخل والثانى هو أثر الإحلال .

ويصـور الشكل التالى أثر الدخل وأثر الإحلال نتيجة انخفاض السعر . ولنفرض أن نقطة التوازن الأصلية عند أ حيث يمس خط الميزانية د هـ منحنى السواء رقم(١) . وإذا افترضنا كذلك أن سعر السلعة س قد انخفض مع بقاء دخل المستهلك ثابتا ، فـإن نقطـة التوازن الجديدة تنتقل إلى ب حيث يمس خط الميزانية الجديد د و منحنى السواء رقم (٢) .



شكل رقم (١١)

ومع انخفاض سعر السلعة س فإن الكميات المشتراه تزيد من م ع إلى م ل أى أن الكمـــية الإضافية نتيجة لانخفاض سعر السلعة س هى ع ل وتعادل المسافة الأفقية بيـــن نقطـــتى التوازن أ ، ب وهذا الانتقال من أ إلى ب الذى يبين أثر السعر ما هو فى الحقيقة إلا محصلة أثرين أو نتيجة قوتين منفصلتين :

أولهما : أثر الإحلال الذى يحدث نتيجة انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء من أ إلـــى جـ ، والمظهر المادى لهذا التحسن هو زيادة الكميات المشتراه من م ع إلى م ن .

ثانـــيهما: أثـــر الدخل الذى يحدث نتيجة انتقال المستهلك إلى مركز أفضل والذى يمثله الوصـــول إلـــى منحنى سواء أعلى بالانتقال من جـ إلى ب. والمظهر المادى لهذا التحسن هو زيادة الكميات المشتراه من السلعة س نتيجة انخفاض سعرها بالمقدار ن ل .

ومعـــنى هذا أن أثر السعر الذى يتمثل فى زيادة الكميات المشتراه من السلعة س من م ع إلى م ل هو حاصل جمع جزءين :

الجزء الأول : ع ن وهو الزيادة نتيجة أثر الإحلال .

الجزء الثانى : ن ل وهو الزيادة نتيجة أثر الدخل .

ويمكـــن أن نـــدرك أثـــر الإحـــلال من الخط المنقط ز ح الذى يكون موازيا لخط الميزانـــية د و . وهـــذا الخـــط المنقط يمثل انخفاضا تصوريا فى الدخل بحيث يلغى أثر الكسب فى الدخل الحقيقى الناتج عن انخفاض السعر .

فـــالخط ز ح يمس منحنى السواء (١) عند النقطة جـ ، وعليه فإن النقطة جـ تظهر لنا مقدار الكمية الإضافية التى يشتريها المستهلك من السلعة س دون ارتباط بالتحســـن فى دخله الحقيقى . أما أثر الدخل فهو الجزء الأخر من أثر السعر حيث تعتبر المســـافة الرأسية بين الخط ز ح وخط الميزانية د و مقياسا للكسب فى الدخل الحقيقى وهى التى تحدث زيادة فى مشتريات السلعة بالمقدار ن ل .

ويقـــال بـــأن أثر الإحلال سلبى لأن انخفاض السعر يؤدى إلى زيادة فى الكمية والعكس بالعكس . وبالتالى فإن النسبة $\frac{\Delta \text{ك}}{\Delta \text{ث}}$ تكون مسبوقة دائما بعلامة ناقص .

أما أثر الدخل فإنه موجب عادة حيث يؤدى الكسب فى الدخل الحقيقى إلى شراء كمية أكبر . كما يوضح الشكل رقم (١١) سالف الذكر أن موقع النقطة ب يعتمد على شكل منحنى السواء رقم (٢) ويستطيع القارئ أن يتخيل أن الأشكال الأخرى لمنحنى السواء رقم (٢) سوف تؤدى إلى إنشاء أوضاع أخرى للنقطة ب .

ويمكن التمييز بين توافيق أربع لآثار الدخل والإحلال كالتالى :

١- لقد ذكرنا حالياً الآثار العادية حيث تقع النقطة ب على يمين النقطة جـ والأثر السلبي للإحلال والأثر الموجب للدخل يعملان فى اتجاه واحد فى الظروف المادية لزيادة مشتريات السلعة س التى يقل سعرها.

٢- قد يكون أثر الدخل مساويا للصفر وعندئذ فإن النقطة ب تقع رأسيا فوق النقطة جـ ، ويكون منحنى السواء (١) موازيا لمنحنى السواء (٢) ولهما ميل واحد عند النقطتين ، وبالتالى فإن أثر الإحلال وحده يؤدى إلى زيادة المشتريات من السلعة س نتيجة لانخفاض سعرها .

٣- إن أثر الدخل وإن كان سالباً ، إلا إنه قد يكون أضعف من أثر الإحلال ، فيتغلب بذلك أثر الإحلال ، على أثر الدخل السالب ، وتكون النتيجة هى زيادة كمية س التى ينخفض سعرها . وفى هذه الحالة فإن منحنى السواء (٢) يصاغ من جديد لكى توضع النقطة ب بين أ ، جـ وينطبق أثر الدخل السالب على السلع الدنيا ، أو الرديئة .

ومع أن المضمون الفنى للسلع الدنيا معروف جيداً فى الفكر الاقتصادى ، إلا أن هناك تعاريف أخرى لهذه السلع قد تكون مضللة وخادعة . ففى المجتمع الحديث نجد قائمة طويلة من السلع المنتجة ، ومن هذه السلع عدد قليل يمكن اعتباره من السلع الدنيا أو الرديئة التى لا تفى بالغرض المخصص لها فى بعض النواحى . وقد تكون السلع الدنيا هى سلع الفقراء حيث يتناقص استهلاك هذه السلع كلما ارتفع دخل المستهلك وكلما ترك الفقر خلف ظهره .

وحقيقة فإن استهلاك كمية أقل من السلعة عند الدخول المرتفعة لا يعتبر مظهرا عاما ينبغى افتراضه منذ البداية ، وإنما هو نوع من أنواع السلوك البشرى . فإذا كانت البيئة الاجتماعية تجعل ممثلى السينما يشترون سيارات الكاديلاك عند الدخول المرتفعة ، ويشـــترون ســـيارات الرولـــزرويس عند دخول أكثر ارتفاعا ، فإن سيارات الكاديلاك عـــندئذ تعتـــبر سلعة دنيا بالنسبة لهؤلاء الناس . وهى ليست سيارات من نوع ردئ ، ولكـــنها ســـلع دنيا النسبة لبعض المشترين . وعليه يمكن القول بأنه فى حالة تعريف السلع على أنها أنواع وأصناف عديدة ، فإن أى سلعة – فى الغالب – تعتبر سلعة دنيا بالنسبة لبعض الأشخاص أو لبعض فئات فى المجتمع .

٤- قـــد يحدث أن يكون أثر الدخل السالب أقوى من أثر الإحلال وفى هذه الحالـــة يشترى كمية أقل من السلعة س إذا انخفض سعرها . وبالتالى فإن النقطة ب تقع على يسار النقطة أ . وتنطبق هذه الحالة على سلعة Giffen ويجب أن يكون واضحا إنه بالرغم من أن سلعة جيفن سلعة دنيا ، إلا أن السلعة الدنيا لا تعتبر سلعة جيفن .

وتوجـــد ســـلعة جيفن فى ظروف معينة عندما يكون المستهلكون فقراء جدا لدرجة أنهم يعيشون أساسا على سلعة الخبز ، فإذا حدث أن انخفض سعر الخبز فإن الدخل الحقـــيقى يـــزيد نظرا لأن الإنفاق على الخبز يمثل نسبة كبيرة من إنفاق الفقراء . وبالـــتالى فإن طبقة الفقراء تقلل من كمية الخبز وتزيد من السلع الأخرى التى ظلوا محرومين منها لفترة طويلة .

وهكـــذا يمكن القول بأن أثر الإحلال سالب فى جميع الأحوال ، ولكن أثر الدخل هـــو الذى يكون موجبا فى أحوال معينة ، وسالبا فى أحوال أخرى . ويمكن تلخيص التوافيق الأربعة لآثار الدخل والإحلال فى الجدول التالي :

التوافيق الممكنة لآثار الدخل والإحلال نتيجة انخفاض السعر

البيان	١	٢	٣	٤
أثر الإحلال	سالب	سالب	سالب	سالب
أثر الدخل	موجب	صفر	سالب ، لكنه أضعف من أثر الإحلال	سالب ، لكنه أقوى من أثر الإحلال
الأثر الكلي	زيادة	زيادة	زيادة	نقص
نوع السلعة	عادية	عادية	دنيا	جيفن

وعليه تتوقع أن يكون صافى أثر السعر على النحو التالى :

أ) فى حالة السلع العادية :

أثر السعر = أثر الإحلال + اثر الدخل

= (+) + (+) = (+)

أو = (+) + (صفر) = (+)

ب) فى حالة السلع الدنيا :

أثر السعر = (+) + (−) = +

وهنا يكون أثر الدخل أضعف من أثر الإحلال

ج) حالة سلعة جيفن

أثر السعر = (+) + (−) = (−)

وهنا يكون أثر الدخل أقوى من أثر الإحلال .

وقـــد كـــان الاقتصادى الروسى سلوتكسى E.Slutsky أول من عبر عن هذه الآثار المختلفة فى صيغة معادلة رياضية على النحو التالى :

أثر السعر = أثر الإحلال − أثر الدخل

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ع}_1} = \frac{\text{د س}}{\text{د ع}_1} - \text{س} \left(\frac{\text{د س}}{\text{د الدخل}} \right)$$

ويعبر الطرف الأيمن فى المعادلة $\frac{\text{د س}}{\text{د ع}_1}$ عــن أثــر الســعر وهو محصلة الأثرين :

أثر الإحلال ويعبر عنه الجزء $\frac{\text{د س}}{\text{د ع}_1}$ فى الطرف الأيسر من المعادلة مع ملاحظة أن هذا الأثر يبنى على أساس ثبات مستوى المنفعة الكلية أى على أساس تحرك المستهلك على نفس منحنى السواء . ويعبر عن أثر الدخل بالجزء $\frac{\text{د س}}{\text{د الدخل}}$

ويكــون على أساس ثبات سعر السلعة أى أنه يقيس بكم تتغير مشتريات المستهلك من سلعة ما إذا تغير دخله وبقى سعر السلعة ثابتاً . وبمعنى آخر فإن أثر الدخل يقيس تغير مشـــتريات المســـتهلك من سلعة ما نتيجة شعوره بتحسن حالته أو تدهور حالته بسبب تغيرات دخله الحقيقى .

مثال (١٤) :

إحســـب أثر السعر وأثر الدخل وأثر الإحلال علما بأن دالة طلب المستهلك على سلعة ما بدلالة دخله وسعر السلعة هى :

$$\text{س} = \frac{\text{الدخل}}{٢\ \text{ع}_١}$$

الحل :

لإيجاد أثر السعر تفاضل الدالة جزئيا بالنسبة للسعر أى مع بقاء الدخل ثابت :

$$\text{س} = \frac{\text{الدخل}}{٢\ \text{ع}_١}$$

$$\therefore \frac{\text{د س}}{\text{د ع}_١} = - \frac{\text{الدخل}}{٢\ \text{ع}_١^{٢}}$$

فإذا افترضنا أن دخل المستهلك كان ١٠٠ جنيه وسعر الوحدة من السلعة س = ٢ جنيه وسعر الوحدة من ص = ٥ جنيهات .

$$\therefore \text{أثر السعر} = - \frac{١٠٠}{٢ \times ٢^{٢}} = \frac{١٠٠}{٨} = ١٢,٥ \ \text{وحدة}$$

ومعـــنى ذلـــك أنه ابتداء من وضع التوازن تقل مشتريات المستهلك من السلعة بمقدار ١٢,٥ وحدة فى مقابل زيادة سعر السلعة زيادة بسيطة مع بقاء العوامل الأخرى ثابـــتة ، والعكـــس تزيد الكمية المشتراه من هذه السلعة بمقدار ١٢,٥ وحده فى مقابل نقص ضئيل فى سعر السلعة ، مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة .

ولإيجاد أثر الدخل نفاضل الدالة جزئيا بالنسبة للدخل أى مع بقاء السعر ثابتاً :

$$س = \frac{الدخل}{٢ ع_١}$$

وحيـــث $\frac{د\ س}{د\ الدخل} = \frac{١}{٢ ع_١}$ أن سعر السلعة س = ٢ جنيه

Θأثر الدخل = $\frac{١}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٤}$ الكمية المشتراه عند التوازن .

وحيـــث أن الكمـــية المشـــتراه مـــن الســـلعة س عـــند الـــتوازن كمـــا ذكـــرنا فـــى المثال رقم (٦) = ٢٥ وحدة

$\therefore$ أثر الدخل = $\frac{١}{٤} \times ٢٥ = ٦ \frac{١}{٤}$ وحدة

وبتطبيق معادلة سلوتكسى يمكن أن نستنتج أثر الإحلال .

أثر السعر = أثر الإحلال – أثر الدخل .

– ١٢,٥ = أثر الإحلال – $٦ \frac{١}{٤}$

$\therefore$ أثر الإحلال = – ١٢,٥ + ٦,٢٥ = – ٦,٢٥

الفصل الثالث
تحليل المرونات
Analysis of Elasticities

تمهيد :

يحـــاول الفصـــل الثالـــث من كتاب تحليل الاقتصاد الجزئى فى الاهتمام بمناقشة وتحلـــيل المـــرونات مـــن خلال تحليل كل من مرونة الطلب السعرية ، ومرونة الطلب الدخلـــية ، ومرونة التقاطع (المرونة العبورية) . والجدير بالإشارة أن تحليل مرونات الطلـــب تتطابق مع تحليل مرونات العرض ولذلك سوف يقتصر التحليل والدراسة على مرونات الطلب منعا للتكرار .

أولا : تحليل مرونة الطلب السعرية :

Analysis of price Demand Elasticity

تحدثـــنا فـــى دراســـتنا الاقتصادية الأولى عن التغيرات التى تطرأ على الكمية المطلوبة من سلعة ما نتيجة للتغيرات التى تطرأ على سعر هذه السلعة ، وهذه التغيرات فـــى الكمية المطلوبة التى تترتب على تغير معين فى سعر السلعة قد تكون كبيرة ، وقد تكـــون محدودة وقد تكون ضئيلة ، والأمر يتوقف على مدى تجاوب التغير فى الكميات التى تطلب من سلعة ما مع التغير الذى يطرأ على سعرها .

غير أننا نحتاج إلى مقياس يقاس به مدى التجاوب بين الكميات التى تطلب من سلعة ما وبين التغيرات التى تطرأ على سعر هذه السلعة . هذا المقياس تعبر عنه فكرة المرونة . ومرونة الطلب للسعر إذن هى تعبير يطلقه الاقتصاديون لقياس مدى التجاوب بين التغيرات التى تطرأ على الكميات المطلوبة من سلعة من السلع وبين التغيرات التى تطرأ على سعر هذه السلعة .

ويقـــال أن الطلـــب على سلعة ما هو طلب مرن إذا كان التغير البسيط فى سعر السلعة يؤدى إلى تغير كبير فى الكمية المطلوبة منها . ويكون الطلب على السلعة غير مـــرن إذا كـــان التغير الكبير فى سعر السلعة يؤدى إلى تغير بسيط فى الكمية المطلوبة ويمكن قياس درجة مرونة الطلب على سلعة معينة قياسا عدديا بقسمة التغير النسبى فى الكمـــية المطلوبـــة مـــن السلعة على التغير النسبى فى سعرها . ويلاحظ أن نتيجة هذه القســـمة يمكـــن أن تتخذ أى قيمة بين الصفر ومالا نهاية فإذا كان ناتج القسمة مساو للصـــفر ، قيل أن الطلب عديم المرونة . وإذا كان الناتج مساو الواحد الصحيح قيل أن الطلـــب متكافـــئ المرونة . وإذا كان الناتج أكبر الواحد الصحيح قيل أن الطلب مرن . وأخيرا إذا كان الناتج مالا نهاية قيل أن الطلب لا نهائى المرونة .

وتقاس المرونة بالتغيرات النسبية فى الكمية والسعر ، والسبب فى ذلك هو أن التغـــيرات المطلقة وقد تكون كبيرة نسبيا أو صغيرة نسبيا . فالزيادة فى السعر بمقدار خمسة وعشرون قرشا مثلا تعتبر زيادة كبيرة نسبيا فى سلعة كالصحف اليومية ، بينما تصبح هذه الزيادة صغيرة نسبيا فى سلعة مثل الأجهزة الكهربائية ، وبالمثل فإن التغير فى الكمية بمقدار مائة طن يعتبر تغيرا كبيرا نسبيا فى سلعة كالأعشاب النادرة بينما يعد هذا التغيير صغيرا للغاية بالنسبة لسلعة القمح .

وهـــناك مقـــياس آخر للمرونة يستند على كمية النقود التى ينفقها المستهلكون علـــى الســـلعة ، أى عدد الوحدات المطلوبة منها مضروبا فى سعر الوحدة من السلعة وتـــبعا لهذا المقياس يكون الطلب على السلعة غير مرن إذا زادت مجموع المبالغ التى يـــنفقها المســـتهلكون على السلعة رغم ارتفاع سعرها . أو إذا انخفض مجموع المبالغ التى تنفق على السلعة رغم انخفاض سعرها . وذلك يعنى فى الحالة الأولى أن الكميات المطلوبـــة من السلعة قد انكمشت بنسبة أقل من ارتفاع السعر ، وتمددت بنسبة أقل من نســـبة انخفـــاض الســـعر فى الحالة الثانية ويكون الطلب على السلعة مرنا إذا انخفض مجموع المبالغ التى تنفق على السلعة رغم انخفاض سعرها .

وذلك يعنى فى الحالة الأولى أن الكميات المطلوبة من السلعة قد انكمشت بنسبة أكبر من نسبة الإرتفاع فى السعر ، وتمددت بنسبة أكبر من نسبة انخفاض السعر فى الحالة الثانية . وهكذا يمكن القول بأنه كان التغير فى مجموع المبالغ التى تنفق على السلعة يسير فى نفس اتجاه التغير فى السعر ، يرتفع معه إذا ارتفع وينخفض معه إذا انخفض ، فإن الطلب يكون غير مرن . أما إذا كان التغير فى مجموع المبالغ التى تنفق على السلعة يسير فى عكس اتجاه التغير فى السعر ، ينخفض إذا ارتفع السعر ويرتفع إذا انخفض السعر ، فإن الطلب يكون مرنا ، أما إذا بقيت مجموع المبالغ التى تنفق على السلعة ثابتة الحجم لا تتغير بتغير سعر الوحدة من السلعة ، فإن الطلب يكون متكافئ المرونة أو كما يقال أحيانا فإن مرونة الطلب تساوى الواحد الصحيح .

ويعتبر إنفاق المستهلكين ذا أهمية خاصة لأنه يمثل إيرادا للمشروعات فإذا أيقن منظم المشروع أن الطلب مرن على السلعة التى يبيعها عند السعر السائد ، فإن تخفيض السعر من جانبه سيؤدى إلى زيادة إنفاق المستهلكين أى زيادة إيراده أو حصيلته . وإذا قام المنظم فى هذه الحالة برفع السعر ، فإن هذا سيؤدى إلى نقص إيراده . أما إذا كان الطلب غير مرن على السلعة التى يبيعها عند السعر السائد ، فإن أى تخفيض فى السعر سيؤدى إلى نقص إنفاق المستهلكين ، أى نقص إيراده ، بينما تؤدى زيادة السعر إلى زيادة إيراده فى هذه الحالة . بينما إذا كان الطلب متكافئ المرونة فإن رفع السعر أو خفضه من جانب المشروع لن يؤدى إلى تغيير الإيراد الكلى وأخيرا فإن حالة الطلب عديم المرونة تعنى أن بائع السلعة سيتحكم فى المستهلكين تحكما تاما حيث يتمكن من زيادة إيراده بالنسبة التى يرفع بها السعر .

ولمرونة الطلب على السلعة أهمية خاصة بالنسبة للمنتجات المتصلة ، أى التى لا يمكن إنتاج بعضها دون البعض الآخر مثل لحوم الأغنام وأصوافها ، ومثل القطن وبذرة القطن . ففى هذه الحالة يصعب التيقن من التكاليف التى تخص كل فرع من أفرع المنتجات المتصلة وعندئذ تكون مرونة الطلب على كل فرع أحد العوامل الهامة التى يسترشد بها المنتج فى تحديد سعر كل فرع حيث يميل المنتج إلى تحميل الفرع الذى يكون الطلب عليه أقل مرونة بجزء أكبر من سعر الناتج الكلى .

والسياسات الاقتصادية التى تهدف إلى زيادة الصادرات تأخذ أيضا فى الحسبان مـــرونات الطلـــب فالحكومة تسعى إلى زيادة الصادرات عن طريق خفض الأسعار ، أى تخفـــيض القيمة الخارجية للعملة فإذا كان الطلب على صادرات هذا البلد غير مرن فإن المتحصلات النقدية سوف تقل بسبب زيادة الصادرات .

١- مقاييس مرونة الطلب السعرية :

Measurements of Price Demand Elasticity

لقد قدم الفريد مارشال مقياسا بسيطا لمرونة الطلب السعرية مؤداه أن :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\text{التغير النسبى فى الكمية المطلوبة}}{\text{التغير النسبى فى السعر}}$$

وإذا رمـــزنا للكمية المطلوبة بالرمز ط وللسعر بالرمز س ولمرونة الطلب م ط فإن :

$$\text{م ط} = \frac{\Delta\ \text{ط}}{\text{ط}} \div \frac{\Delta\ \text{س}}{\text{س}}$$

حيث يمثل الكسر $\frac{\Delta\ \text{ط}}{\text{ط}}$ التغير النسبى فى الكمية المطلوبة ،

ويمثل الكسر $\frac{\Delta\ \text{س}}{\text{س}}$ التغير النسبى فى السعر . ونظرا لأن التغير فى السعر والتغير فى الكمية المطلوبة يكونان فى اتجاهين متضادين ، فإن م ط تكون سالبة غير أن تطبيق هـــذا المقـــياس يختلف تبعا لما إذا كنا نريد قياس مرونة الطلب عند سعر معين للسلعة وهـــى ما تسمى بمرونة النقطة Point Elasticity حيث أن سعرا واحدا يمثل نقطة معيـــنة علـــى منحـــنى الطلب ، أو قياس المرونة بين سعرين للسلعة . وهى ما تسمى بمـــرونة القـــوس Arc Elasticity حيث أن المسافة بين سعرين على منحنى الطلب تمثل قوسا .

ويعتبر استخدام الصيغة العامة لمرونة الطلب $\frac{\Delta\ \text{ط}}{\text{ط}} \div \frac{\Delta\text{س}}{\text{س}}$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\text{أ ع} \times \text{م ن} + \text{م ل} \times \text{أ و}}{\text{أ ع} \times \text{م ن} - \text{م ل} \times \text{أ و}}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\text{أو} \left(\frac{\text{أ ع}}{\text{أ و}} \times \text{م ن} + \text{م ل} \right)}{\text{أو} \left(\frac{\text{أ ع}}{\text{أ و}} \times \text{م ن} - \text{م ل} \right)}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\left(١ + \frac{\text{و ع}}{\text{أ و}} \right) \text{م ن} + \text{م ل}}{\left(١ + \frac{\text{م ع}}{\text{أ و}} \right) \text{م ن} - \text{م ل}}$$

وهكذا نرى أن المرونة لا تساوى الواحد الصحيح كما فى الحالة السابقة ، بل إن المرونة هنا أكبر من الواحد الصحيح .

أما فى الشكل رقم (٤) ، فإننا نجد أن نقطة التوازن الجديدة د على مستوى مرتفع بالنسبة لنقطة التوازن القديمة هـ . وهذا يعنى أن الإنفاق على شراء السلعة قد نقص من أ و إلى أ ع ويحدث ذلك عندما تكون نسبة تغير الكمية المطلوبة أقل من نسبة تغير السعر (فى حالة انخفاض السعر) أى عندما تكون مرونة الطلب أقل من الواحد الصحيح . كذلك يمكن إثبات هذه الحالة باستخدام مقياس مرونة القوس كما فى الحالتين السابقتين .

وللتصحيح يمكن القول بأنه إذا كان ميل المستقيم الواصل بين نقطتى التوازن = صفر ، فإن الطلب يكون متكافئ المرونة . وإذا كان ميل هذا الخط المستقيم سالبا تكون مرونة الطلب أكبر من واحد . أما إذا كان الميل موجباً ، فإن مرونة الطلب أقل من واحد.

٤- مرونة الطلب وإيرادات المنشأة :

Demand Elasticity & Firm Revenue :

عرفنا أن مرونة الطلب تتوقف على التغير النسبى فى الكمية بالنسبة للتغير النسبى فى السعر . ونود أن نضيف هنا أن الإيراد الكلى للمؤسسة يرتبط بالتغير فى السعر ومرونة الطلب حيث نجد أن المؤسسة تحتاج فى بعض الأحيان إلى تغير السعر الذى تبيع به منتجاتها وتريد معرفة مدى استجابة الطلب لهذا التغيير أى مرونة الطلب . ومن هنا يمكن القول بأن هناك علاقة تجمع بين التغير فى الإيراد الكلى (الإيراد الحدى) والإيراد المتوسط (السعر) ومرونة الطلب ومن التحليل التالى سوف يتضح أن هناك علاقة رياضية تجمع بين هذه العوامل الثلاث .

مثال (١) :

من البيانات التالية احسب مرونة القوس :

السعر	الطلب
١٠	١
٨	٣

مرونة القوس =

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\frac{١}{٢}(\text{ط}_{١} + \text{ط}_{٢})} \div \frac{\Delta \text{س}}{\frac{١}{٢}(\text{س}_{١} + \text{س}_{٢})}$$

$$= \frac{٢}{\frac{١}{٢}(١ + ٢)} \div \frac{٢}{\frac{١}{٢}(١٠ + ٨)}$$

$$= \frac{٢}{٤ \times \frac{١}{٢}} \div \frac{٢}{١٨ \times \frac{١}{٢}}$$

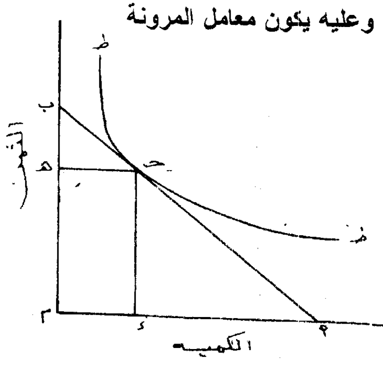
$$= \frac{٣}{٢} \div \frac{٢}{٩} = \frac{٢}{٢} \times \frac{٢\ ٩}{٢} = ٤,٥$$

ويلاحظ أن الرقم $\frac{١}{٢}$ مشترك فى الكسرين لذلك يمكن القول بأن قيمة مرونة الطلب السعرية للقوس =

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{س}} \times \frac{\text{مجموع السعرين}}{\text{مجموع الكميتين}}$$

وقـــياس المـــرونة بهذه الطريقة لا يعنى افتراض عدم تغير السعر وإنما يعنى ضـــمنا افتراض تغيير طفيف جدا فى السعر لمعرفة درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة فإذا أردنا قياس المرونة عند سعر معين فإننا نحدد النقطة التى تقابل هذا السعر على منحنى الطلب ونرسم مماس لهذه النقطة .

وتقـــوم بمد هذا المماس حتى يقطع كل من المحورين الأفقى والرأسى . وتتحدد درجة المرونة عند السعر بقسمة الجزء من المماس الذى يقع تحت النقطة على الجزء الذى يقع منه فوق النقطة ففى الشكل رقم (١) يكون الطلب مرناً عند النقطة جـ حيث أن جـ أ أكبر من جـ ب . وعليه يكون معامل المرونة



شكل رقم (١)

وحتى نفهم لماذا اعتبرنا $\frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ب}}$ مقياســا لمرونة الطلب عند النقطة جـ ، فإننا نحتكم إلى القاعدة العامة فى قياس مرونة الطلب وهى = $\frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}} \div \frac{\Delta \text{س}}{\text{س}}$

$$= \frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}} \times \frac{\text{س}}{\Delta \text{س}}$$

$$= \frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$$

وميل المنحنى عند النقطة جـ = $\frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{د أ}}{\text{جـ د}}$

∴ مرونة الطلب = $\frac{\text{د أ}}{\text{جـ د}} \times \frac{\text{جـ د}}{\text{م د}} = \frac{\text{د أ}}{\text{م د}}$

وحيث أن المثلثين جـ د أ ، ب م أ متشابهان لأنهما متماثلان فى جميع الزوايا .

∴ $\frac{\text{د أ}}{\text{د م}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{هـ ب}}$

ونستطيع أن نستخدم أى من هذه النسب كمقياس للمرونة عند النقطة جـ .

وبذلك تكون مرونة الطلب = ميل منحنى الطلب عند النقطة جـ × $\frac{\text{السعر}}{\text{الطلب}}$

أى أن $\frac{\Delta \text{ ط}}{\Delta \text{ س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$

فـــإذا صـــغرت Δ س كثـــيرا ومالـــت إلـــى الســـفر دون أن تصـــل إلـــيه

فإن $\frac{\Delta \text{ ط}}{\Delta \text{ س}}$ تصبح $\frac{\text{د ط}}{\text{د س}}$ أى المعامل التفاضلى الأول لدالة الطلب . وبذلك تكون

مرونة الطلب عند نقطة ما على منحنى الطلب عند سعر معين للسلعة

$= \frac{\text{د ط}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$

ويمكـــن الحصول على الجزء الأول من المقياس بإجراء التفاضل لدالة الطلب . أمـــا الجـــزء الثانى فبسطه هو السعر الذى نقيس مرونة الطلب عنده ، ومقامة الكمية المطلوبة ويمكن إيجادها من دالة الطلب بالتعويض عن السعر بقيمته المعلومة لدينا .

مثال (٢) :

إذا كانت دالة الطلب بالنسبة للسعر تمثلها المعادلة :

ط = ١٠٠ + ٣ س − $\text{س}^{٢}$ فأوجد :

المرونة عند السعر ٣ ، وعند السعر ٥ وعند السعر ١٠

الحل :

مرونة الطلب = $\frac{د ط}{د س} \times \frac{س}{ط}$

المرونة عند السعر ٣ =

٣ - ٢ س × $\frac{٣}{١٠٠ + ٩ - ٩}$

٣ - ٢ - ٣ × $\frac{٣}{١٠٠}$

٣ - ٦ × $\frac{٣}{١٠٠}$

$\frac{- ٣ \times ٣}{١٠٠}$ =- ٠,٠٩

المرونة عند السعر ٥ =

٣ - ٢ × ٥ × $\frac{٥}{١٠٠ + ١٥ - ٢٥}$

= ٣ - ١٠ × $\frac{٥}{٩٠}$

- ٧ × $\frac{٥}{٩٠}$ = - ٠,٣٨٨ تقريبا .

المرونة عند السعر ١٠ =

٣ - ١٠ × $\frac{٥}{١٠٠ + ٣٠ - ١٠٠}$

- ١٧ × $\frac{١}{٣}$ = - ٥ $\frac{١}{٣}$

ويستخدم المقياس الدقيق وهو مرونة النقطة عندما يكون منحنى الطلب معروفا عـن طريق الافتراضات أو التقديرات الاحصائية المبنية على مشاهدات عديدة للأسعار والكميـات . أمـا إذا كانت البيانات المتاحة عن الأسعار والكميات غير كافية أو بيانات جزئية فإننا نلجأ إلى استخدام مقياس مرونة القوس .

٢- حالات خاصة لمرونة الطلب :

Special Cases of Demand Elasticity :

لا يصـلح معدل التغير فى دالة الطلب - أى ميل منحنى الطلب - لقياس مرونة الطلـب حيـث أن معدل التغير أو الميل يقاس بوحدات مختلفة لكل من الطلب والسعر . ومـن هنا ظهرت الحاجة إلى مقياس آخر يعتمد على التغيرات النسبية وليس التغيرات المطلقة . وعليه فإن ميل منحنى الطلب يكون $\frac{\Delta ط}{\Delta س}$ بيـنما تكـون المرونة $\frac{\Delta ط}{\Delta س} \times \frac{س}{ط}$ وهذا يقودنا إلى فكرة المرونات المختلفة على نفس منحنى الطلب . ونعرض هنا لبعض الحالات الخاصة لمرونة الطلب السعرية .

١) عندما تكون دالة الطلب فى الشكل ط = $\frac{\text{مقدار ثابت}}{\text{السعر}}$ أى ط× س= مقدارثابت ، فـإن الطلـب علـى هذه السلعة يكون متكافئ المرونة أى أن مرونة الطلب على هذه السـلعة = ١ دائمـا . وتـتحقق هذه الحالة عندما يؤدى تغير السعر إلى تغير الكمية المطلوبة بنفس النسبة وعلى ذلك فإن $\frac{\Delta ط}{ط} = \frac{\Delta س}{س}$ فمـثلا إذا انخفض السـعر إلـى النصف زادت الكمية المطلوبة إلى ضعف ، وإذا ارتفع السعر إلى الضعف نقصت الكمية المطلوبة إلى النصف . ويأخذ منحنى الطلب المتكافئ المرونة شكل القطع الزائد القائم .

مثال (٣) :

إذا كانت دالة الطلب هى $\frac{٨}{س}$ ، فأثبت أن الطلب متكافئ المرونة عند أى سعر .

الحل :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\text{د ط}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$$

$$= \frac{-٨}{\text{س}^{٢}} \times \frac{\text{س}}{٨}$$

$$= -\frac{٨}{\text{س}^{٢}} \times \frac{\text{س} \times \text{س}}{٨}$$

$$= -\frac{٨}{\text{س}^{٢}} \times \frac{\text{س}^{٢}}{٨} = -١$$

٢) عـندما تكـون دالة الطلب فى الشكل ط = هـ حيث هـ تساوى مقداراً ثابتا تكون مـرونة الطلـب = صفر وتتحقق هذه الحالة عندما لا تتغير إطلاقاً الكمية المطلوبة من السـلعة نتيجة للتغيرات فى السعر سواء بالزيادة أو بالنقصان وعلى ذلك فإن Δ ط = صفر دائما ويمكن إثبات أن مرونة الطلب = صفر فى هذه الحالة كالتالى :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\text{د ط}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$$

$$= \frac{\text{صفر}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}} = \frac{\text{صفر}}{\text{د س} \times \text{ط}} = \text{صفر}$$

ويـأخذ منحنى الطلب عديم المرونة شكل الخط المستقيم العمودى على المحور الأفقى أى موازيا للمحور الرأسى .

٣) عـندما تكون دالة الطلب فى الشكل س = هـ حيث هـ تساوى مقدار ثابتا ، يكون الطلـب لا نهـائى المرونة أو كامل المرونة . وتتحقق هذه الحالة عندما لا يقابل تغير الكمية أى تغير فى السعر . فالسعر ثابت لا يتغير ولكن الكمية المطلوبة هى التى تتغير . وعلـى ذلك فإن Δ س = صفر دائما . ويمكن إثبات أن مرونة الطلب فى هذه الحالة = ∞ كالآتى :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\text{د ط}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}}$$

$$= \frac{\text{د ط}}{\text{صفر}} \times \frac{\text{س}}{\text{ط}} = \frac{\text{د ط} \times \text{س}}{\text{صفر}} = \text{قيمة غير محددة}$$

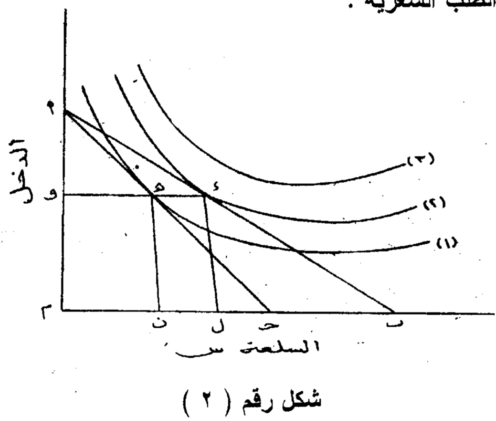
ويأخذ منحنى الطلب كامل المرونة شكل الخط المستقيم الموازى للمحور الأفقى (محور الكمية) عند سعر معين .

٤) عندما تكون دالة الطلب موجبة تكون المرونة موجبة كذلك ، وهذا ينطبق على السلع الدنيا حيث يؤدى انخفاض سعرها إلى نقص الكمية المشتراه منها والعكس يؤدى ارتفاع سعرها إلى زيادة الكمية المشتراه منها .

٣- مرونة الطلب وخريطة السواء :

Demend Elasticity & Indeifference

يمكـــن الاستدلال على مرونة الطلب فى خريطة السواء التى تجمع بين سلعة ما ودخل المستهلك . ونعرض الآن الأشكال المختلفة لخريطة السواء ودلالة كل شكل منها بالنسبة لمرونة الطلب السعرية .



شكل رقم (٢)

ومــن الشكل رقم (٢) يتبين أن خط الميزانية أ جـ يمس منحنى السواء (١) فــى الــنقطة هـ ، ويتحدد توازن المستهلك عند هذه النقطة فيشترى الكمية م ق من السلعة س ويحتفظ من دخله بالقيمة م وينفق على شراء السلعة القيمة أ و . ولكن بعد تغــير سعر السلعة س تغير ميل خط الميزانية وأصبح أ ب وبذلك يمس منحنى السواء (٢) فى النقطة (د) وعليه ينتقل توازن المستهلك إلى هذه النقطة فيشترى الكمية م ل من السلعة ويحتفظ من دخله بالقيمة م و وينفق على شراء السلعة القيمة أ و . وهنا يلاحظ أن الجزء المنفق على شراء السلعة س لم يتغير . ويحدث هذا عندما يؤدى تغير السعر إلى تغير الكمية المطلوبة بنفس النسبة أى عندما تكون مرونة الطلب = ١ وعليه يمكن أن نستنتج أنه إذا انتقلت نقطة التوازن (هـ) إلى وضع جديد (د) ولكنها بقيت علــى نفــس مستوى نقطة التوازن القديمة أى تكون معها خطاً أفقياً (د هـ) موازياً للمحور الأفقى فى الشكل يكون الطلب متكافئ المرونة .

ويمكن إثبات ذلك على النحو التالى :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\Delta\ \text{ط}}{\Delta\ \text{س}} = \frac{\text{مجموع السعرين}}{\text{مجموع الكميتين}}$$

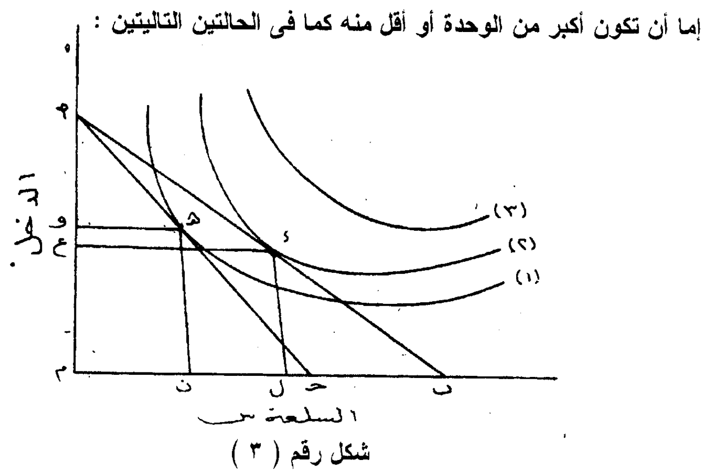
$$= \frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\frac{\text{أ و}}{\text{و د}} + \frac{\text{أ و}}{\text{و هـ}}} \times \frac{\frac{\text{أ و}}{\text{و د}} + \frac{\text{أ و}}{\text{و هـ}}}{\text{م ل} + \text{م ن}}$$

$$= \frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{أ و}\ (\text{و د} - \text{و هـ})} \times \frac{\text{أ و}\ (\text{و د} + \text{و هـ})}{\text{م ل} + \text{م ن}}$$

$$= \frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{و د} - \text{و هـ}} \times \frac{\text{و د} + \text{و هـ}}{\text{م ل} + \text{م ن}}$$

$$= \frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} - \text{م ن}} \times \frac{\text{م ل} + \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} = ١$$

أما إذا تغير وضع مستوى نقطتى التوازن فإن المرونة لن تساوى الوحدة وهى إما أن تكون أكبر من الوحدة أو أقل منه كما فى الحالتين التاليتين :



شكل رقم (٣)

فـــى هذا الشكل نجد أن نقطة التوازن الجديدة د على مستوى منخفض بالنسبة لنقطة التوازن القديمة هـــ ومعنى ذلك أن الإنفاق على شراء السلعة س قد زاد من و أ إلى ع أ ويحدث ذلك عندما تكون نسبة تغير الكمية المطلوبة أكبر من نسبة السعر (فى حالة انخفاض السعر) أى عندما تكون مرونة الطلب أكبر من الواحد الصحيح . أما فى حالة ارتفاع السعر يقل الإنفاق على شراء السلعة حيث يقل الطلب بنسبة أكبر من نسبة ارتفـــاع السعر أى أن المرونـة تكون أيضا أكبر من الواحد الصحيح . ويمكن اثبات ذلك باستخدام مرونة القوس على النحو التالى :

$$\text{مرونة الطلب} = \frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{س}} \times \frac{\text{مجموع السعرين}}{\text{مجموع الكميتين}}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\frac{\text{أ ع}}{\text{م ل}} - \frac{\text{أ و}}{\text{م ن}}} \times \frac{\frac{\text{أ ع}}{\text{م ل}} + \frac{\text{أ و}}{\text{م ن}}}{\text{م ل} + \text{م ن}}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{أ ع} \times \text{م ن} - \text{م ل} \times \text{أ و}} \times \frac{\text{أ ع} \times \text{م ن} + \text{م ل} \times \text{أ و}}{\text{م ل} + \text{م ن}}$$

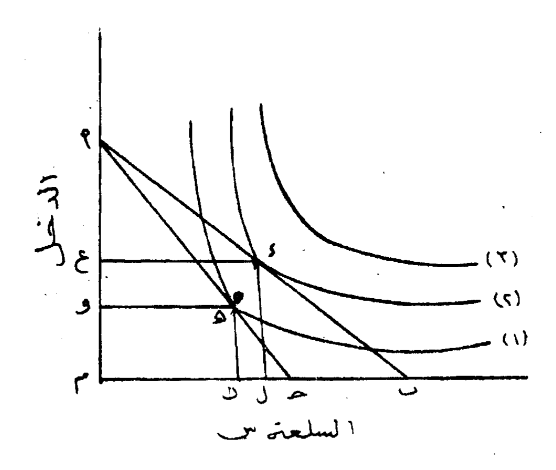
$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\text{أ ع} \times \text{م ن} + \text{م ل} \times \text{أ و}}{\text{أ ع} \times \text{م ن} - \text{م ل} \times \text{أ و}}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\text{أو} \left(\frac{\text{أ ع}}{\text{أ و}} \times \text{م ن} + \text{م ل} \right)}{\text{أو} \left(\frac{\text{أ ع}}{\text{أ و}} \times \text{م ن} - \text{م ل} \right)}$$

$$\frac{\text{م ل} - \text{م ن}}{\text{م ل} + \text{م ن}} \times \frac{\left(1 + \frac{\text{و ع}}{\text{أ و}} \right) \text{م ن} + \text{م ل}}{\left(1 + \frac{\text{م ع}}{\text{أ و}} \right) \text{م ن} - \text{م ل}}$$

وهكـــذا نرى أن المرونة لا تساوى الواحد الصحيح كما فى الحالة السابقة ، بل إن المرونة هنا أكبر من الواحد الصحيح .

أمـــا فى الشكل رقم (٤) ، فإننا نجد أن نقطة التوازن الجديدة د على مستوى مرتفع بالنسبة لنقطة التوازن القديمة هـ . وهذا يعنى أن الإنفاق على شراء السلعة قد نقص من أ و إلى أ ع ويحدث ذلك عندما تكون نسبة تغير الكمية المطلوبة أقل من نسبة تغـــير السعر (فى حالة انخفاض السعر) أى عندما تكون مرونة الطلب أقل من الواحد الصحيح . كذلك يمكن إثبات هذه الحالة باستخدام مقياس مرونة القوس كما فى الحالتين السابقتين .



شكل رقم (٤)

وللتصحيح يمكن القول بأنه إذا كان ميل المستقيم الواصل بين نقطتى التوازن = صفر ، فإن الطلب يكون متكافئ المرونة . وإذا كان ميل هذا الخط المستقيم سالبا تكون مرونة الطلب أكبر من واحد . أما إذا كان الميل موجباً ، فإن مرونة الطلب أقل من واحد

٤- مرونة الطلب وإيرادات المنشأة :

Demand Elasticity & Firm Revenue :

عرفنا أن مرونة الطلب تتوقف على التغير النسبى فى الكمية بالنسبة للتغير النسبى فى السعر . ونود أن نضيف هنا أن الإيراد الكلى للمؤسسة يرتبط بالتغير فى السعر ومرونة الطلب حيث نجد أن المؤسسة تحتاج فى بعض الأحيان إلى تغير السعر الذى تبيع به منتجاتها وتريد معرفة مدى استجابة الطلب لهذا التغيير أى مرونة الطلب . ومن هنا يمكن القول بأن هناك علاقة تجمع بين التغير فى الإيراد الكلى (الإيراد الحدى) والإيراد المتوسط (السعر) ومرونة الطلب ومن التحليل التالى سوف يتضح أن هناك علاقة رياضية تجمع بين هذه العوامل الثلاث .

الإيراد الكلى = س × ط

حيث س : السعر

، ط : الكمية المطلوبة

تفاضل دالة الإيراد الكلى(أك) تفاضلاً كليا بالنسبة للطلب :

$$\therefore \quad \frac{د\ (\ أك\ )}{د\ ط} = س \times \frac{د\ ط}{د\ ط} + ط \times \frac{د\ س}{د\ ط}$$

$$\therefore \quad \frac{د\ (\ أك\ )}{د\ ط} = س + ط \times \frac{د\ س}{د\ ط} \qquad \text{.................(١)}$$

$$\text{ولكن مرونة الطلب} = \frac{د\ ط}{د\ س} \times \frac{س}{ط}$$

وبقسمة مرونة الطلب على السعر ينتج أن :

$$\frac{م}{س} = \frac{د\ ط}{د\ س} \times \frac{١}{ط}$$

$$\therefore \quad \frac{س}{م} = \frac{د\ س \times ط}{د\ ط} \qquad \text{.....................(٢)}$$

وبالتعويض بهذه النتيجة فى المعادلة رقم (١) ينتج أن :

$$\text{الإيراد الحدى (أح)} = س + \frac{س}{م}$$

$$= س\ (\ ١ + \frac{أ}{م}\ )$$

$$= \text{السعر}\ (\ ١ + \frac{أ}{\text{مرونة النقطة}}\ )$$

وبمـــا أن مـــرونة الطلـــب تكـــون مسبوقة بإشارة سالبة ، لذا فإن هذه العلاقة السابقة توضع فى الشكل التالى :

$$\text{الإيراد الحدى} = \text{السعر} \left(١ - \frac{أ}{\text{مرونة الطلب}} \right)$$

أى أن أ .ح =ث (١ - $\frac{أ}{م}$)

ومن هذه العلاقة يتبين أن الإيراد الحدى يكون موجبا إذا كانت م > ١ أى عندما يتزايد الإيراد الكلى نتيجة لانخفاض السعر أوإذا نقص إذا ارتفع السعر . ويكون الإيراد الحدى صفراً إذا كانت م = ١ ويبلغ الإيراد صفراً عندما يصبح الإيراد الكلى عند نهايته العظمى . ويكون الإيراد الحدى سالباً عندما تصبح م < ١ ، وهذا يعنى أن الإيراد الكلى للمنشـــأة يـــنقص إذا انخفض السعر ويزيد إذا ارتفع السعر ويتناقص الفرق بين الإيراد الحدى والسعر كلما زادت مرونة الطلب . ويؤول الإيراد الحدى إلى السعر عندما تؤول مرونة الطلب إلى مالا نهاية .

ثانياً : تحليل مرونة الطلب الدخلية :

Analysis of Income Demand Elasticity :

تكلمـــنا فـــيم ســـبق عن مفهوم واحد من المرونة وهو مرونة الطلب للسعر و مـــرونة الطلب لسعر سلعة أخرى Gross elasticity of demand ، غير أن هناك مفاهيم أخرى للمرونة . منها مرونة الطلب للدخل ، ومرونة توقعات السعر Elasticity of price expectations . وســـوف نكـــتفى هـــنا بمعالجة مرونة الطلب للدخل ثم نتعرض بعد ذلك لمرونة الطلب لسعر سلعة أخرى أو مرونة التقاطع .

وتعـــبر مـــرونة الطلب للدخل Income elasticity of demand عن درجة تجـــاوب الكمـــية المطلوبـــة من السلعة للتغير فى دخل المستهلك وتقاس المرونة هنا بطريقة مشابهة لطرق القياس التى اتبعناها من قبل :

$$\text{مرونة الطلب للدخل} = \frac{\text{التغير النسبى فى الكمية المطلوبة}}{\text{التغير النسبى فى الدخل}}$$

وإذا رمزنا لمرونة الطلب للدخل بالرمز $م_{ى}$ وللدخل بالرمز ى فإن :

$$\text{م ى} = \frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}} \div \frac{\Delta \text{ى}}{\text{ى}}$$

حيث يمثل الكسر $\frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}}$ التغير النسبى فى الكمية المطلوبة ، ويمثل الكسر $\frac{\Delta \text{ى}}{\text{ى}}$ التغير النسبى فى الدخل .

ومــرونة الدخل تكون موجبة بالنسبة لغالبية السلع حيث تؤدى زيادة الدخل إلى زيــادة الكمية المطلوبة ، أما بالنسبة للسلع الدنيا حيث تؤدى زيادة الدخل إلى انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة ، فإن مرونة الدخل تكون سالبة .

غير أن تطبيق المقياس السابق يختلف تبعاً لما إذا كنا نريد قياس مرونة الطلب عند دخل معين وهى ما تسمى بمرونة النقطة ، أو قياس المرونة الدخلية بين دخلين أى عــندما يتغير الدخل من مستوى معين إلى مستوى آخر وهى ما تسمى بمرونة القوس أى مقياس مرونة الطلب بين نقطتين :

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}_1 + \text{ط}_2} \div \frac{\Delta \text{ى}}{\text{ى}_1 + \text{ى}_2}$$

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\text{ط}_1 + \text{ط}_2} \times \frac{\text{ى}_1 + \text{ى}_2}{\Delta \text{ى}}$$

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{ى}} \times \frac{\text{ى}_1 + \text{ى}_2}{\text{ط}_1 + \text{ط}_2}$$

$$\frac{\Delta \text{ط}}{\Delta \text{ى}} \times \frac{\text{مجموع الدخلين}}{\text{مجموع الكميتين}}$$

مثال (٤) :

احسب مرونة الطلب الدخلية من البيانات التالية :

الدخل	الطلب
١٠٠	٩٠ وحدة
١٥٠	١١٠ وحدة

الحل :

$$\text{مرونة الطلب الدخلية} = \frac{٢٠}{٥٠} \times \frac{٢٥٠}{٢٠٠} = \frac{١}{٢}$$

أما إذا اردنا أن نقيس مرونة الطلب الدخلية عند دخل معين أى عند نقطة معينة علـــى المنحنى الذى يصور العلاقة بين الدخل والطلب نستخدم المقياس الذى يعتمد على التفاضل :

$$\text{مرونة الداخل} = \frac{\text{د ط}}{\text{د ى}} \times \frac{\text{الدخل}}{\text{الطلب}}$$

ويمكن الحصول على $\frac{\text{د ط}}{\text{د ى}}$ بإجـــراء التفاضل لدالة الطلب بالنسبة للدخل حيث تكون قـــيمة الدخل معلومة لدينا أما قيمة الطلب فيمكن إيجادها من دالة الطلب بالتعويض عن الدخل بقيمته المعلومة .

مثال (٥) :

احســـب المـــرونة الدخلية عند الدخل ١٠٠ قرش إذا علمت أن دالة الطلب بالنسبة إلى الدخل ى :

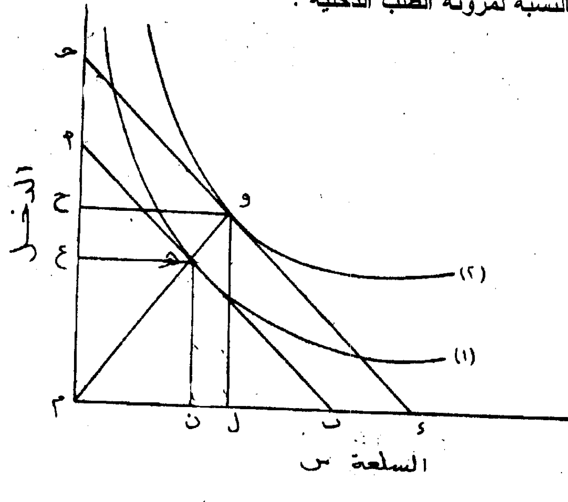
ط = ١٥٠ + ٢ ى حيث ى تعبر عن الدخل :

الحل :

$$\text{مرونة الداخل} = \frac{\text{د ط}}{\text{د ى}} \times \frac{\text{الدخل}}{\text{الطلب}}$$

$$= ٢ \times \frac{١٠٠}{٢٠٠ + ١٥٠} = \frac{٢٠٠}{٣٥٠} = \frac{٤}{٧}$$

كذلـــك يمكـــن إيجاد مرونة الطلب الدخلية من خريطة السواء تبعاً للوضع الذى يـــتخذه خط استهلاك الدخل . ونعرض الآن الأشكال المختلفة لخريطة السواء ودلالة كل شكل منها بالنسبة لمرونة الطلب الدخلية :



شكل رقم (٥)

فى هذا الشكل رقم (٥) نلاحظ أن خط الميزانية أ ب يمس منحنى السواء (١) عـــند الـــنقطة هـــ وبذلك يتحدد توازن المستهلك عند هذه النقطة أى يشترى المستهلك الكمية م ن من السلعة س . ولكن بعد تغير الدخل انتقل خط الميزانية إلى الوضع الجديد جـــ د ، وبذلك يمس منحنى السواء (٢) عند النقطة وحيث يشترى المستهلك الكمية م ل من السلعة س . ويتبين أيضاً من الشكل أن المسافة م أ يمثل الدخل قبل التغير حيث أن هذه المسافة تمثل احتفاظ المستهلك بكل دخله دون شراء أى وحدة من السلعة س . ولكـــن بعد التغير تصبح المسافة م جـــ هى الدخل حيث أنها تمثل احتفاظ المستهلك بكل دخلـــه الجديـــد دون شراء أى وحدة من السلعة س . وعليه يمكن قياس مرونة الطلب الدخلية كالتالى :

$$\text{المرونة الدخلية} = \frac{\Delta\,\text{ط}}{\Delta\,\text{ى}} \times \frac{\text{الدخل}}{\text{الطلب}}$$

$$= \frac{\text{ن ل}}{\frac{\text{أ}}{\text{جـ}}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{م ن}}$$

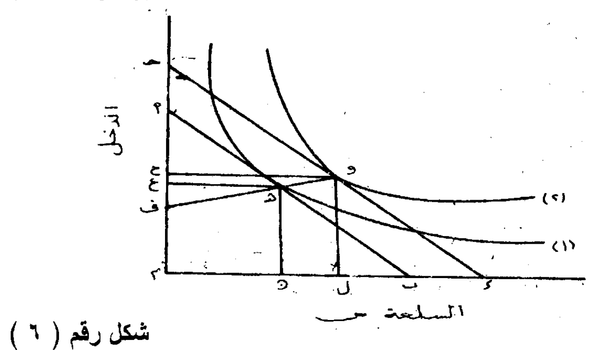
$$= \frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$$

ونلاحظ أن $\frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} = \frac{\text{و هـ}}{\text{هـ م}}$ (Δ م و ل)

$$\therefore \frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{م أ}}$$

$$\therefore \text{المرونة الدخلية} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{م أ}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}} = ١$$

ويعنى ذلك أن خط استهلاك الدخل هـ وإذا أمكن مده إلى نقطة الأصل فى الشكل رقم (٥) ، فإن الطلب يكون متكافئ المرونة . أما إذا قطع خط استهلاك الدخل الصادى فى الجزء الموجب منه فإن المرونة الدخلية تكون أكبر من ١ كما يتضح من الشكل التالى :



شكل رقم (٦)

ومن الشكل رقم (٦) نجد أن :

$$\text{المرونة الدخلية} = \frac{\Delta \text{ ط}}{\Delta \text{ ى}} \times \frac{\text{الدخل}}{\text{الطلب}}$$

$$= \frac{\text{ن ل}}{\text{أ جـ}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{م ن}}$$

$$= \frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$$

ولكن $\frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} = \frac{\text{و هـ}}{\text{هـ ف}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{ف أ}}$

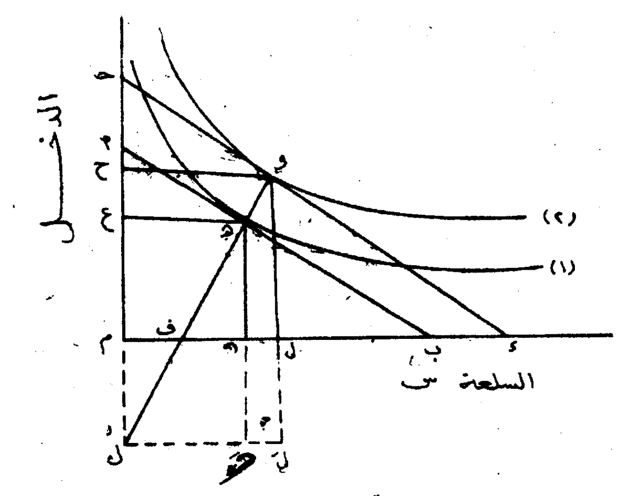
$$\therefore \quad \text{المرونة الدخلية} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{ف أ}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$$

$$= \frac{\text{م أ}}{\text{ف أ}}$$

∴ وحيث أن م أ > ف أ

المرونة الدخلية أكبر من ١

أمـــا إذا قطـــع خط استهلاك الدخل المحور الصادى فى الجزء السالب منه فإن مرونة الطلب الدخلية تكون أقل من ١ كما يتضح من الشكل التالى رقم (٧) :



شكل رقم (٧)

فى الشكل رقم (٧) نجد أن :

$$\text{المرونة الدخلية} = \frac{\Delta \text{ ط}}{\Delta \text{ ى}} \times \frac{\text{الدخل}}{\text{الطلب}}$$

$$= \frac{\text{ن ل}}{\text{أ جـ}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{م ن}}$$

$$= \frac{\text{ل ن}}{\text{م ن}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$$

ونلاحظ أن ل ن = ل‾ ن‾

، م ن = ك ن‾

$$\therefore \frac{\text{ن ل}}{\text{م ن}} = \frac{\text{ل‾ ن‾}}{\text{ك ن‾}}$$

$$\text{فى المثلث ك ول‾} \quad \frac{\text{ل‾ ن‾}}{\text{ك ن‾}} = \frac{\text{و هـ}}{\text{هـ ك}}$$

وفى Δ ك و جـ $\frac{\text{و هـ}}{\text{هـ ك}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{أ ك}}$

∴ $\frac{\text{ل ن}}{\text{ك ن}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{أ ك}}$

∴ المرونة الدخلية = $\frac{\text{ل ن}}{\text{م ن}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$

$= \frac{\text{جـ أ}}{\text{أ ك}} \times \frac{\text{م أ}}{\text{أ جـ}}$

$= \frac{\text{م أ}}{\text{أ ك}}$

وحيث أن م أ أصغر من أ ك

∴ مرونة الطلب الدخلية أقل من واحد

ثالثاً : تحليل مرونة التقاطع (المرونة العبورية) :

Analysis Of Cross Elasticity

يقصد بمرونة التقاطع مرونة الطلب على سلعة ما لتغيرات سعر سلعة أخرى ، فهى تقيس درجة استجابة الطلب على سلعة معينة نتيجة التغيرات فى سعر سلعة أخرى . وتقاس هذه المرونة بنفس الطرق التى اتبعناها سابقاً .

فإذا أردنا أن نقيس مرونة الطلب على سلعة ما نتيجة تغير سعر سلعة أخرى بين سعرين لهذه السلعة الأخرى ، نستخدم مقياس مرونة القوس :ـ

مرونة التقاطع= $\frac{\Delta \text{ ط}}{\Delta \text{س}} \times \frac{\text{مجموع السعرين}}{\text{مجموع الكميتين}}$

مــع ملاحظــة أن كمية الطلب خاص بسلعة معينة ولتكن السلعة (أ) و السعر خاص بسلعة أخرى ولتكن السلعة (ب) .

أى أن مرونة التقاطع = $\frac{\Delta \text{ ط أ}}{\Delta \text{ س ب}} \times \frac{\text{مجموع السعرين}}{\text{مجموع الكميتين}}$

مثال (٦) :

السلعة	أ	ب	جـ
سعر الوحدة	٦	١٥	١٠
الكمية المطلوبة	٢٠	٦	٢٤

وقد أصبحت البيانات بعد التغير كالآتى :

سعر الوحدة	٤	–	–
الكمية المطلوبة	٣٠	١٠	١٨

فالمطلوب إيجاد :

١) مرونة التقاطع بين كل من السلعتين ب أ جـ مع السلعة أ .

٢) مرونة الطلب السعرية على السلعة (أ) .

الحل :

مرونة التقاطع بين ب ، أ =

$$\frac{١٠ - ٦}{٤ - ٦} \times \frac{٤ + ٦}{١٠ + ٦}$$

$$= \frac{٤}{- ٢} \times \frac{١٠}{١٦} = - ١,٢٥$$

مرونة التقاطع بين جـ ، أ =

$$\frac{٢٤ - ١٨}{٦ - ٤} \times \frac{٤ + ٦}{٢٤ + ١٨}$$

$$= \frac{٦}{٢} \times \frac{١٠}{٤٢} = \frac{٥}{٧}$$

مرونة الطلب السعرية بالنسبة للسلعة أ =

$$-= \frac{١٠}{٢} \times \frac{٦+٤}{٢٠-٣٠} = -٥ \times \frac{١٠}{٥٠} = -١$$

ويلاحـــظ أن مقياس مرونة التقاطع يمكن أن يكون موجبا أو سالبا ويتوقف ذلك علـــى نوع العلاقة بين طلب السلعتين . فإذا كان الطلب على السلعتين متنافسا أى يمكن إحـــلال أحدهما محل الآخر مثل سكر القصب وسكر البنجر ، فإن مقياس مرونة التقاطع يكون موجب الإشارة وذلك لأن انخفاض سعر سكر القصب يؤدى إلى زيادة الطلب عليه ويعنى ذلك نقص الطلب على سكر البنجر ، وبذلك يكون انخفاض سعر القصب سببا فى نقـــص الطلـــب على سكر البنجر ، بمعنى أن التغير النسبى فى الطلب (سكر البنجر) يكون سالبا كما يكون التغير النسبى فى سعر سكر القصب سالباً . وقسمة هذه التغيرات النسبية يؤدى إلى نتيجة موجبة . أما إذا كان الطلب على السلعتين متكاملا أى لا يمكن الانتفاع بأحدهما على حدة لاشباع حاجة معينة مثل الشاى والسكر ، فإن مقياس مرونة الـــتقاطع يكون سالب الإشارة ، وذلك لأن انخفاض سعر الشاى يؤدى إلى زيادة الطلب علـــيه فـــيزيد تـــبعا لذلك الطلب على السلعة المتكاملة معها وهى السكر . وبذلك يكون التغـــير النسبى فى الطلب على السكر موجبا بينما يكون التغير النسبى فى سعر الشاى ســـالبا . وقسمة هذه التغيرات النسبية تؤدى إلى نتيجة سالبة ، وهكذا يمكن الاستدلال على نوع العلاقة بين السلعتين من إشارة مقياس مرونة التقاطع .

أما إذا أردنا قياس مرونة التقاطع عند نقطة معينة أى قياس مرونة الطلب على ســـلعة معينة عند سعر معين لسلعة أخرى ، فإنه يجب أن تتوفر لدينا دالة تبين علاقة طلب السلعة أ بسعر السلعة ب . وعليه تستخدم المقياس التالى .

مرونة التقاطع = $\frac{د\ ط_{أ}}{د\ س_{ب}} \times \frac{س_{ب}}{ط_{أ}}$

ويمكن الحصول على $\frac{د ط_{أ}}{د س_{ب}}$ بإيجـــاد المشـــتقة الأولـــى لدالة الطلب بالنسبة لسعر السـلعة ب ، وسعر هذه السلعة يكون معروفاً لدينا . أما $ط_{أ}$ فيمكن استنتاجه من دالة الطلب بالتعويض عن سعر السلعة ب بالقيمة المعروفة لدينا .

مثال (٧) :

إذا كانــت دالة الطلب على سلعة ما هي ط = ١٠٠ - ١٠ أ + ٥ ب حيث أ = ســعر السلعة نفسها ، ب سعر سلعة أخرى ، فاحسب مرونة التقاطع لطلب هذه السلعة عندما تكون أ = ١٠ قروش ، ب = ٥ قروش .

الحل :

$$\text{مرونة التقاطع} = \frac{د ط}{د س} \times \frac{ب}{ط}$$

$\frac{د ط}{د ب}$ هــو المشتقة الأولى الجزئية لدالة الطلب ونحصل عليها بإجراء تفاضل جزئى لدالة الطلب بالنسبة للمتغير ب وافتراض ثبات المتغير أ .

$$\frac{د ط}{د ب} = ٥$$

$$\text{مرونة التقاطع} = ٥ \times \frac{٥}{١٠٠ - ١٠ \times ١٠ + ٥ \times ٥}$$

$$= ٥ \; \frac{٥}{٢٥} = ١$$

الفصل الرابع
نظرية سلوك المنشأة
The theory of firm Behaviour

تمهيد :

تعرف المنشأة بأنها الوحدة الفنية Technical Unit التى يتم فيها إنتاج السلع والخدمات . وللمؤسسة مرشد أو مدير يعرف بالمنظم ، وهو الذى يعمل على تنظيم عناصر الإنتاج وإدارتها وربطها ببعضها إلى أن يصل إنتاجه إلى أقصى درجة من الإنتاج بأقل التكاليف الممكنة ، أى الوصول بالإنتاج إلى أكبر ما يمكن تحقيقه وتقليل التكلفة إلى أقل ما يمكن وذلك للحصول على أقصى قدر ممكن من الربح .

والمنظم هو الذى يتخذ القرارات فيما يتعلق بإنتاج وبيع السلع والخدمات ولذا فهو يقرر ماذا ينتج وكيف ينتج ما تقرر إنتاجه وبأى الكميات ، وتشبه العملية الإنتاجية آلة تدخل فيها من ناحية عوامل معينة مثل المواد الخام وخدمات رأس المال والعمل ليخرج منها ناتج معين من الناحية الأخرى . وإعداد الخام وخدمات العوامل التى تدخل من ناحية وتستخدم فى العملية الإنتاجية تعرف عادة بالمستخدمات Inputs وما يخرج من الناحية الأخرى يعرف عادة بالمنتجات Outputs .

وهناك أكثر من طريقة لإنتاج سلعة معينة فمثلا يمكن إنتاج كمية معينة من القمح باستخدام أسلوب الزراعة الكثيفة أو أسلوب الزراعة الواسعة .

وطالما أن كمية القمح المنتجة واحدة بالنسبة لكل من الأسلوبين الإنتاجيين فإن الأسلوب الإنتاجى الأفضل هو الأسلوب الذى يستخدم كمية أقل من المستخدمات . ولكننا نواجه بفكرتين للكفاءة : الأولى تقيس كمية المستخدمات فى صورتها العينية وتسمى الكفاءة الفنية والثانية تقيس هذا الاستخدام من ناحية التكاليف وتسمى بالكفاءة الاقتصادية وللتفرقة بين الكفاءة الفنية والكفاءة الاقتصادية نفترض أن إنتاج كمية معينة من سلعة ما يتطلب استخدام عاملين فقط من عوامل الإنتاج هما العمل رأس المال ، وأن هناك أساليب أربع فقط لإنتاج المنتج المطلوب كما يتضح من الجدول التالى :

الأسلوب الإنتاجى	كمية المشتريات المطلوبة	
	العمل	رأس المال
أ	٢٠٠	٦
ب	٢٥٠	١٠
جـ	١٥٠	١٠
د	٥٠	٤٠

ويشير هذا الجدول أنه لكى تنتج تلك اكمية من السلعة باستخدام الأسلوب الإنتاجى (أ) مثلا فإننا نحتاج إلى خدمات ٢٠٠ وحدة عمل ، ٦ وحدات من رأس المال . وهكذا بالنسبة لبقية الأساليب ولكن السؤال الآن هو : أى أسلوب من هذه الأساليب يمكن استخدامه ؟ وبالنظر إلى الجدول السابق يتبين أن الأسلوب (ب) غير كفء من الناحية الفنية لأنه يستخدم كمية أكبر من عاملى الإنتاج لإنتاج نفس المنتج بالمقارنة بالأسلوب (أ) .

وعلى هذا فإن الأسلوب (ب) ينتج عنه ضياع للموارد إذا ما استخدم فى العملية الإنتاجية ، ومن بين الأساليب الثلاثة الباقية - أى أ ، جـ ، د - يعتبر الأسلوب (أ) الأكثر اقتصادا فى استخدام رأس المال ، ولكنه الأكثر استخداما للعمل ، ويقتصد الأسلوب (د) فى استخدام العمل ولكنه يستخدم رأس المال بكميات أكبر . أما الأسلوب (جـ) فهو أسلوب وسط بينهما وبصفة عامة يمكن القول بأن ، هذه الأساليب الثلاثة تعتبر ذات كفاءة من الناحية الفنية حيث لا يوجد بينهما أسلوب يستخدم كميات أكبر من كل من عاملى الإنتاج .

أما عن الكفاءة الاقتصادية فإنها تتضمن الاختيار من بين الأساليب ذات الكفاءة الفنية - أى من بين الأساليب أ ، جـ ، د ذلك الأسلوب الذى ينطوى على أقل تضحية من جانب المؤسسة . فمثلا التضحية الناجمة عن استخدام الاسلوب (أ) هى ما تمثله تكاليف شراء خدمات ٢٠٠ وحدة عمل بالإضافة إلى شراء خدمات ٦ وحدات من رأس المال . وبالمثل نستطيع التعرف على تكاليف استخدام كل من الأسلوبين جـ ، د وذلك للحصول على الأسلوب الإنتاجى المطلوب والأسلوب الأكثر كفاءة اقتصادية هو الأسلوب الأقل تكلفة . ويبين الجدول التالى تكاليف إنتاج الكمية المعينة فى ظل الأساليب الثلاثة ذات الكفاءة الفنية بافتراض ثلاث مجموعات من أسعار خدمات عوامل الإنتاج .

حالات الأسعار	أسعار عوامل الإنتاج للوحدة		التكاليف الإجمالية للعوامل			الأسلوب الإنتاجي الأفضل
	العمل	رأس المال	أسلوب أ	أسلوب جـ	أسلوب د	
الأولى	٥	٢٠	١١٢٠	٩٥٠	١٠٥٠	جـ
الثانية	٣	٥٠	٩٠٠	٩٥٠	٢١٥٠	أ
الثالثة	٥	١٥	١٠٩٠	٩٠٠	٨٥٠	د

ومن هذا الجدول يتضح أن الكفاءة الاقتصادية تعتمد على أسعار عوامل الإنتاج . وعلى ذلك فإنه بافتراض معرفة كمية المستخدمات المطلوبة لإنتاج الكمية المعينة من السلعة فى ظل الأساليب الإنتاجية المختلفة ، نجد أن الأسلوب جـ هو الأكثر كفاءة فى ظل الحالة الأولى للأسعار ، والأسلوب أ هو الأكثر كفاءة فى ظل الحالة الثانية للأسعار ، والأسلوب د هو الأكثر كفاءة فى ظل الحالة الثالثة للأسعار .

ويعتمد اختيار الأسلوب الإنتاجى على الأسعار النسبية لعوامل الإنتاج وكميات المواد الإنتاجية المستخدمة . فعندما تكون خدمات رأس المال مرتفعة السعر نسبياً إذا قورنت بأسعار خدمات العمل (كما هو الوضع بالنسبة للحالة الثانية) ، فأن المنظم الكفء يستخدم الأسلوب الإنتاجى (أ) أى يستخدم كمية كبيرة من العمل وأقل ما يمكن من رأس المال .فإذا انخفض سعر خدمات رأس المال بالنسبة إلى سعر العمل كما هو الوضع عند الانتقال من الحالة الثانية إلى الحالة الأولى أو من الحالة الثانية إلى الحالة الثالثة ، فإن من الأفضل للمنظم أن ينتقل إلى الأساليب التى تستخدم نسبيا عملا أقل ورأس مال أكثر . وهنا تذكر مبدأ الإحلال الذى يتضمن إحلال العوامل المنخفضة السعر محل العوامل المرتفعة السعر وذلك بالنسبة لمجموعة معينة من الاحتمالات الفنية التى تتطلب كفاءة الإنتاج .

ويشـــير مـــبدأ الإحـــلال إلـــى أن الأسلوب الإنتاجى الأكثر كفاءة اقتصادية يتغير بالضرورة عندما تتغير الأسعار النسبية لعوامل الإنتاج ، كما يبين كذلك كيفية هذا التغير وإذا أضـــفنا إلـــى ذلك الافتراض السلوكى الذى مؤداه أن المنظم يحاول الحصول على أقصى قدر ممكن من الأرباح فإننا نصل إلى نتيجة مؤداها أن المؤسسة لكى تنتج كمية معيـــنة مـــن الإنتاج فإنها سوف تختار الأسلوب الإنتاجى الذى ينتج عنه أقل التكاليف ، والخلاصـــة أن أســـاليب الإنـــتاج تتجه إلى التغير عندما تتغير الأسعار النسبية لعوامل الإنـــتاج بحيـــث يـــزداد معـــدل استخدام العامل الذى أصبح أرخص نسبيا ، ويقل معدل استخدام العامل الذى أصبح أغلى نسبيا :

أولاً : تحليل دوال الإنتاج :

Analysis of production functions :

تعـــرف دالة الإنتاج بأنها العلاقة الفنية بين عوامل الإنتاج والإنتاج نفسه وهذه العلاقة يمكن كتابتها رياضيا كالتالى :

ج = د (ع ، ر ، و ، ...)

حيـــث يـــدل الرمـــز ج على الكمية المنتجة ، والرموز ع ، ر ، و ، ··· على عوامـــل الإنتاج التى تتعاون فى الإنتاج . ويدل الرمز د على العلاقة الدالية بين المتغير الـــتابع ج والمتغـــيرات المســـتقلة ع ، ر ، و ، ··· ويجب أن يكون واضحا أن هذه المتغيرات لا تأخذ قيمة سالبة .

ويلاحظ أن هذه الدالة تعبر عن العلاقة الدالية بين حجم الإنتاج وعوامل الإنتاج فى فترة زمنية محددة . ولا شك أن دالة الإنتاج قصيرة الأجل تعتبر عرضه لثلاثة قيود عامة وهى :

أ- وجـــود فـــترة قصـــيرة لا يستطيع المنظم خلالها أن يغير من مستوى المستخدمات الحالية .

ب-وجـــود فـــترة قصـــيرة لا يتغير فيها شكل دالة الإنتاج أثناء التحسينات التقنية .

ج- وجود فترة طويلة تكفى لاتمام العملية الفنية اللازمة .

ولا شك أن وجود أكثر من متغيرين مستقلين فى الدالة يعمل على تعقيد التحليل سـواء من الناحية البيانية أو من ناحية المعالجة الرياضية ، لذلك فإننا نفترض وجود متغيريـن مسـتقلين فقـط حتى نستطيع أن نستخدم الرسم البيانى ذو الإحداثيين وحتى نسـتطيع أن نقـوم بتحليلـنا الرياضى دون تعقيد . وعليه فإننا نفترض وجود عملية إنتاجـية بسـيطة يستخدم فيها المنظم متغيرين مستقلين هما $س_1$ ، $س_2$ للحصول على إنـتاج منتج واحد هو ك . وبالتالى فإن دالة الإنتاج لمؤسسة نستخدم اثنين من عوامل الإنتاج وتنتج سلعة معينة ، يمكن كتابتها رياضيا على النحو التالى :

$$ك = د (س_1 ، س_2)$$

حيث ك = الكمية المنتجة .

، $س_1$ ، $س_2$ = عاملى الإنتاج .

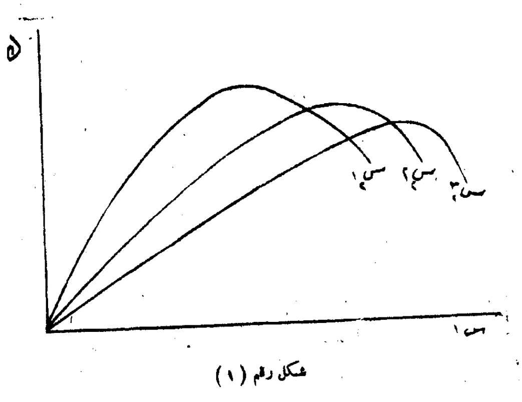
١- الناتج الكلى والناتج المتوسط والناتج الحدى :

Total, average and marginal product :

يعـرف الـناتج الكلى لعامل من عوامل الإنتاج $س_1$ لإنتاج سلعة ما (ك) بأنه عـبارة عـن الكمية المنتجة من استخدام ذلك العامل بفرض ثبات العامل الآخر $س_2$. ورياضيا يرمز لها بالعلاقة التالية :

$$ك = د (س_1 ، س_2)$$

ويعامل المستخدم $س_2$ على أنه ثابت ، وبالتالى يصبح ك دالة للمتغير $س_1$ وحدة . وهذه العلاقة بين ك ،$س_1$ يمكن أن تتغير إذا تغير عامل الإنتاج $س_2$. وفى الشكل رقم (١) يتضـح أن هناك ثلاث منحنيات للإنتاج يوضح كل منها العلاقة بين ك ، $س_1$ مع وجـود قيم مختلفة للمتغير $س_2$. وبالطبع فإن الزيادة فى كمية $س_2$ يؤدى إلى انخفاض فـى كمـية $س_1$ وذلك ضرورى للمحافظة على ثبات الكمية المنتجة . وإذا وقع منحنى الإنتاج على يسار منحنى إنتاج آخر فإن ذلك يعنى قيمة أعلى للمتغير $س_2$ ، أى أن $س_2^1 > س_2^2 > س_2^3$ ، كما يتضح من الشكل رقم (١) .



شكل رقم (١)

وبفرض استخدام عامل الإنتاج $س_1$ بكميات متساوية مع ثبات عوامل الإنتاج الأخرى ، فإن الناتج يمر بمراحل مختلفة ، فيزداد الناتج بمعدل متزايد (مرحلة تزايد الغلة) ثم يزداد بمعدل متناقص (مرحلة تناقص الغلة) ثم يقل الناتج الكلى بزيادة ذلك العامل (مرحلة الغلة السالبة) وهذا ما يعرف بقانون تزايد وتناقص الغلة ويطلق عليه بعض الاقتصاديين قانون النسب المتغيرة **Law of Variable proportions** .

ويمكن تعريف الناتج المتوسط (ن م) بأنه عبارة عن الناتج الكلى بالنسبة للوحدة الواحدة من العامل المتغير $س_1$ ، أو هو خارج قسمة الناتج الكلى على العامل المتغير $س_1$.

$$ن . م = \frac{ك}{س_1} = \frac{د(س_1 ، س_2)}{س_1}$$

كذلك يعرف الناتج الحدى (ن . ح) بأنه عبارة عن الإضافة إلى الناتج الكلى الذى ينشأ من استخدام وحدة إضافية من العامل المتغير $س_1$ مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ، أو هو عبارة عن نسبة التغير فى الناتج الكلى بالنسبة إلى التغير فى الكمية المستخدمة من عامل الإنتاج بوحدة واحدة .

ورياضيا هو عبارة عن التفاضل الجزئى لدالة الإنتاج بالنسبة لعامل الإنتاج $س_1$.

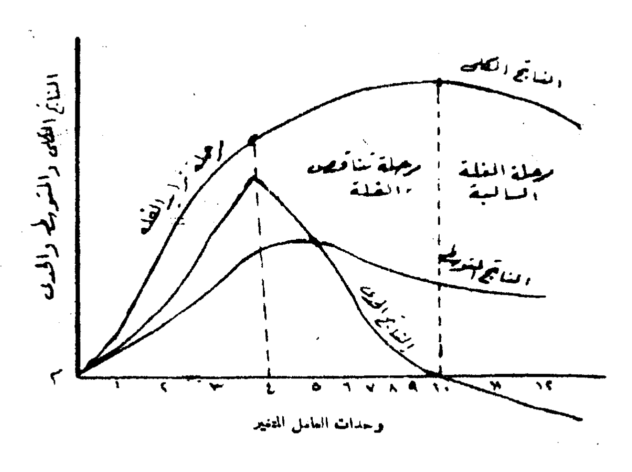
$$ن . ح = \frac{د ك}{د س_1} = د_1 (س_1 ، س_2)$$

ويمكن من الجدول التالى اشتقاق العلاقات المختلفة بين الناتج الكلى والمتوسط والحدى على أساس أن المتغير الوحيد هو عنصر العمل مع ثبات العوامل الأخرى .

جدول الناتج الكلى والحدى والمتوسط لعنصر العمل

الأرض	العمل س١	الناتج الكلى	الناتج الحدى	الناتج المتوسط	المرحلة
١	١	١٢	١٢	١٢	مرحلة تزايد الغلة
١	٢	٢٨	١٦	١٤	
١	٣	٤٨	٢٠	١٦	
١	٤	٨٠	٣٢	٢٠	
١	٥	١٠٠	٢٠	٢٠	ن . ح = ن م
١	٦	١٠٨	٨	١٨	
١	٧	١١١	٣	١٥,٨٥	مرحلة تناقص الغلة
١	٨	١١٣	٢	١٤,١٣	
١	٩	١١٤	١	١٢,٦٧	
١	١٠	١١٤	٠	١١,٤	
١	١١	١١٠	– ٤	١٠	مرحلة الغلة السالبة
١	١٢	١٠٤	–٦	٨,٦٧	

ويبين الشكل رقم (٢) العلاقات المختلفة بين منحنيات الناتج الكلى والمتوسط والحدى



شكل رقم (٢)

ويتضـــح من الشكل السابق أن منحنى الناتج المتوسط يأخذ في الزيادة حتى نهاية مــرحلة تزايد الغلة حيث يصل الى اقصى ما يصل اليه متوسط الوحدة الانتاجية . وفي هــذه المــرحلة أيضاً يزداد الناتج الحدى بزيادة الوحدات المستخدمة الى أن يصل الى اقصى قيمة له قبل نهاية مرحلة تزايد الغلة .

وعــندما يكون الناتج المتوسط عند اقصى قيمة له يكون الناتج المتوسط مساوياً للناتج الحــدى وهى بداية مرحلة تناقص الغلة ويقع منحنى الناتج الحدى أسفل منحنى الناتج المتوســط . والجديــر بالذكر أن قيمة الناتج الحدى والمتوسط تكون موجبه في مرحلة تــناقص الغلة وعندما يكون الناتج الكلى عند أقصى قيمة له يكون الناتج الحدى مساوياً للصــفر وهى نهاية مرحلة تناقص الغلة ثم يبدأ الناتج الكلى في النقصان ويكون الناتج الحدى أقل من الصفر وهذه هى مرحلة الغلة السالبة .

ولتحديد النقطة التى يصل فيها الناتج المتوسط الى اقصى قيمة له فإننا نستنتج تفاضله الجزئى بالنسبة للمتغير $\text{س}_{١}$ ومعادلته بالصفر .

$$\because \text{ن.م} = \frac{\text{ك}}{\text{دس}_{١}} = \frac{\text{د}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢})}{\text{س}_{١}}$$

$$\therefore \frac{\text{د}\,(\text{ن م})}{\text{د س}_{١}} = \frac{\text{س}_{١} \times \text{د}_{١}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢}) - \text{د}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢})}{\text{س}_{١}^{٢}}$$

$$= \text{صفر}$$

والمعروف أنه إذا كان ناتج الكسر = صفر ، فإن البسط يجب أن يساوى الصفر .

$$\therefore \text{س}_{١} \times \text{د}_{١}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢}) - \text{د}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢}) = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{س}_{١} \times \text{د}_{١}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢}) = \text{د}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢})$$

$$\therefore \text{د}_{١}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢}) = \frac{\text{د}\,(\text{س}_{١} \text{ ، } \text{س}_{٢})}{\text{س}_{١}}$$

اذاً الناتج المتوسط والناتج الحدى يتعادلان عند أقصى يصل إليها الناتج المتوسط .

ومــرونة الــناتج للمتغــير $\text{س}_{١}$ والتى يرمز لها بالرمز م ن يمكن تعريفها بأنها التغير النسبى فى الكمية ك إلى التغير النسبى فى المتغير $\text{س}_{١}$.

أى أن م ن $= \frac{د ك}{ك} \div \frac{د س_١}{س_١}$

$= \frac{د ك}{د س_١} \div \frac{ك}{س_١}$

= الناتج الحدى ÷ الناتج المتوسط

$= \frac{ن ح}{ن م}$

ويمكن التعبير عن مرونة الناتج بأنها عبارة عن نسبة الناتج الحدى إلى الناتج المتوسط . وتكون المرونة موجبة إذا كان كل من الناتج الحدي والناتج المتوسط موجباً . ويمكن أن تكون مرونة الناتج للمستخدم أكبر من ١ إذا كانت ن ح > ن م وتكون المرونة = ١ إذا كان ن ح = ن م وتكون أقل من ١ إذا كان ن ح < ن . م .

مثال (١) :

إذا كانت دالة إنتاج سلعة ما تصورها المعادلة :

$ك = ١٠ س^{٢} - س^{٣}$

فأوجد قيمة كل من س التي تقسم الدالة إلى مراحلها الثلاثة .

الحل :

يصل الناتج الكلي إلى نهايته العظمي عندما يكون ميل دالته أفقياً .

$$\frac{د ك}{د س} = ٢٠ س - ٣ س^{٢}$$

ويكون الميل أفقيا عندما تكون .

$٢٠ س - ٣ س^{٢} = صفر$

$\therefore$ س (٢٠ - ٣س) = صفر

وحيث أن س لا يمكن أن تساوي صفر

∴ ٢٠ − ٣س = صفر

$$س = \frac{٢٠}{٣} = \frac{٢}{٦}\ ٦$$

وهـــي نقطـــة وصـــول الـــناتج الكلي إلى أقصي قيمة له ، وهذه نهاية المرحلة الثانية (مرحلة تناقص الغلة) .

ويصل الناتج الحدي إلى نهاية العظمى عندما تكون :

$$\frac{د\ (\ ن \cdot ح\ )}{د\ س} = صفر$$

$$\frac{د\ ك}{د\ س^{٢}} = ٢٠ - ٦\ س = صفر$$

∴ ٢٠ − ٦ س = صفر

$$∴ \quad \frac{٢٠}{٦} = \frac{١٠}{٣} = \frac{١}{٣}\ ٣$$

وهـــي نهايـــة مرحلة تزايد الغلة حيث يصل الناتج الحدي إلى أقصي قيمة له . ويكون الناتج المتوسط عند أقصي قيمة له عندما :

$$\frac{د(ن\ .م\ )}{د\ س} = صفر$$

$$∴ ن\ م = \frac{ك}{س} = \frac{١٠\ س^{٢} - س^{٣}}{س} = ١٠\ س - س^{٢}$$

$$\frac{د(ن\ .م\ )}{د\ س} = ١٠ - ٢\ س = صفر$$

∴ س = ٥ وهـــى نقطة نـهاية مرحلة تزايد الغلة وابتداء مرحلة تناقص الغلة أو يصل الناتج المتوسط إلى أقصى قيمة له عندما يكون الناتج الحدى مساوياً له.

$∴ ١٠س - س^{٢} = ٢٠س - ٣س^{٢}$

$١٠ - س = ٢٠ - ٣س$

$١٠ - ٢٠ = -٣س + س$

$- ١٠ = -٢س \qquad ∴ س = ٥$

مثال (٢) :

أوجد قيم س التي تقسم الدالة التالية إلى مراحلها الثلاثة :-

$$ك = - ١٦ + ٢٠ \; س - س^{٢}$$

الحـــل:

يبلغ الناتج الكلى أقصاه عندما يكون ميل دالته أفقيا أي مساويا الصفر .

$$\frac{د \; ك}{د \; س} = ٢٠ - ٢ \; س = صفر$$

$$\therefore س = ١٠$$

وهــذه نقطــة وصــول الناتج الكلى الى اقصى قيمة له عند نهاية مرحلة تناقص الغلة ويصل الناتج الى نهايتة العظمى عندما تكون :

$$\frac{د(ن \cdot ح)}{د \; س} = صفر$$

$$\frac{د^{٢} \; ك}{د \; س} = - ٢$$

أى أنه عندما تكون س = ٢ يكون الناتج الحــدى عــند أقصى قيمة له وهى نهاية مرحلة تزايد الغلة

ويكون الناتج المتوسط عند اقصى قيمة له عندما .

$$\frac{د(ن \cdot م)}{د \; س} = صفر$$

$$ن \cdot م = \frac{ك}{س} = \frac{- ١٦ + ٢٠ \; س - س^{٢}}{س}$$

$$= \frac{- ١٦}{س} + ٢٠ - س$$

$$\frac{د(ن \cdot م)}{د \; س} = \frac{١٦}{س^{٢}} - ١ = صفر$$

$$\therefore = ١٦ = س^{٢}$$

س = ٤ وهى نقطة نهاية مرحلة تزايد الغلة وابتداء مرحلة تناقص الغلة .

أو

يصل الناتج المتوسط الى اقصى قيمة له عندما يكون الناتج الحدى مساوياً له .

$$\frac{-١٦ + ٢٠ س - س^٢}{س} = \frac{٢٠ س - ٢س^٢}{س}$$

$\therefore$ $- ١٦ + ٢٠$ س $-$ س$^٢ = ٢٠ - ٢$ س^٢

$- ١٦ + ٢٠$ س $-$ س$^٢ - ٢٠$ س $+ ٢$ س$^٢ =$ صفر

$- ١٦ +$ س$^٢ =$ صفر

$\therefore$ $- ١٦ =$ س^٢

$\therefore$ س $= ٤$

مثال (٣) :

أوجد العلاقة بين مجرى التغير في الناتج الحدي والناتج المتوسط للعنصر س اذا علمت ان دالة الإنتاج تمثلها المعادلة الآتية :

ك = ٥ س^٢ ر$^٢ -$ س^٣ ر^٣

الحـــــل:

$$\text{الناتج المتوسط للعنصر س} = \frac{٥ س^٢ ر^٢ - س^٣ ر^٣}{س}$$

= ٥ س ر^٢ $-$ س^٢ ر^٣

الناتج الحدى للعنصر س = ١٠ س ر^٢ $-$ ٣س^٢ ر^٣ (على أساس ثبات العنصر الآخر ر)

يصل الناتج إلى أقصاه عندما يكون :

$$\frac{د (ن .م)}{د س} = \text{صفر}$$

$\therefore$ ٥ ر^٢ $-$ ٢ س ر^٣ = صفر

$\therefore$ ٥ ر^٢ = ٢ س ر^٢

$$\therefore س = \frac{٥ ر^٢}{٢ ر^٣} = \frac{٥}{٢ ر}$$

أى أن الناتج المتوسط يصل إلى أقصاه عندما يستخدم من العنصر الإنتاجي س

عدد من الوحدات = $\frac{٥}{٢\,ر}$

ولكـــن هـــل يتساوى الناتج المتوسط والناتج الحدى عند استخدام هذا العدد من وحـــدات $س^{٢}$ للإجابـــة على هذا السؤال نعوض بهذا العدد من الوحدات فى دالة كل من الناتج المتوسط والناتج الحدى .

الناتج المتوسط عند استخدام $\frac{٥}{٢\,ر}$ من وحدات س

الناتج المتوسط = $٥\,س\,ر^{٢} - س^{٢}\,ر^{٢}$

$$= ٥ \quad \frac{٥}{٢ر} \times ر^{٢} - \frac{٥}{٢\,ر} \times \frac{٥}{٢\,ر} \times ر^{٣}$$

$$= \frac{٢٥\,ر}{٢} - \frac{٢٥ر}{٤} = \frac{٢٥ر}{٤}$$

الناتج الحدى عند استخدام $\frac{٥}{٢\,ر}$ من وحدات س

الناتج الحدى = $١٠\,س\,ر^{٢} - ٣س^{٢}\,ر^{٣}$

$$= ١٠ \times \frac{٥}{٢ر} \times ر^{٣} - ٣ \times \frac{٥}{٢\,ر} \times \frac{٥^{٣}}{٢\,ر} \times ر$$

$$= ٢٥\,ر \quad \frac{٧٥ر}{٤} = \frac{٢٥\,ر}{٤}$$

ويلاحظ تساوى الناتج المتوسط والناتج الحدى عند استخدام

$\frac{٥}{٢\,ر}$ من وحدات العنصر حيث أنه عند هذه الوحدات يصل الناتج المتوسط الى أقصاه

والسؤال الآن هو : ما هى العلاقة بين الناتج الحدى قبل وبعد

$\frac{٥}{٢\,ر}$ من وحدات العنصر س ؟ إذا استخدمنا $\frac{٥}{٣\,ر}$ أى عدد أقل

من وحدات س يكون :

الناتج المتوسط $= ٥\ \text{س}\ \text{ر}^{٣} - \text{س}^{٢}\ \text{ر}^{٣}$

$$= ٥ \times \frac{٥}{٣\text{ر}}\ \text{ر}^{١} - \frac{٥}{٣\text{ر}} \times \frac{٥}{٣\text{ر}} \times \text{ر}^{٣}$$

$$= \frac{٢٥\text{ر}}{٣} - \frac{٢٥\text{ر}}{٩}$$

$$= \frac{٥٠\text{ر}}{٩}$$

الناتج الحدى عند استخدام $\frac{٥}{٣\text{ر}}$ من وحدات س

$= ١٠\ \text{س}\ \text{ر}^{٢} - ٣\text{س}^{٢}\ \text{ر}^{٣}$

$$= ١٠ \times \frac{٥}{٣\text{ر}}\ \text{ر}^{٢} - ٣ \times \frac{٥}{٣\text{ر}} \times \frac{٥}{٣\text{ر}} \times \text{ر}^{٣}$$

$$= \frac{٥٠\text{ر}}{٣} - \frac{٧٥\text{ر}}{٩} = \frac{٧٥\text{ر}}{٩}$$

ويلاحظ أن الناتج الحدى أكبر من الناتج المتوسط عند استخدام عدد أقل من وحدات س عن $\frac{٥}{٢\text{ر}}$ التى تحقق عندها النهاية العظمى للناتج المتوسط .

وإذا اســتخدمنا $\frac{٥}{١,٥\text{ر}}$ أى عدد أكبر من $\frac{٥}{٢\text{ر}}$ من وحدات العنصر س يكون الناتج المتوسط :

$= ٥\ \text{س}\ \text{ر}^{٢} - \text{س}^{٢}\ \text{ر}^{٣}$

$$= ٥ \times \frac{٥}{١,٥\text{ر}}\ \text{ر}^{٢} - \frac{٥}{١,٥\text{ر}} \times \frac{٥}{١,٥\text{ر}} \times \text{ر}^{٣}$$

$$= \frac{٢٥\text{ر}}{١,٥\text{ر}} - \frac{٢٥}{٢,٢٥\text{ر}}$$

$$= \frac{\text{٣٧,٥ر} - \text{٢٥ر}}{\text{٢,٢٥}} - \frac{\text{٢,٥ر}}{\text{٢,٢٥}} = \frac{\text{٥٠ر}}{\text{٩}}$$

الناتج الحدى عند استخدام $\frac{\text{٥}}{\text{١,٥ر}}$ من وحدات س

$$= \text{١٠ س ر}^{\text{٢}} - \text{٣ س}^{\text{٢}}\text{ ر}^{\text{٣}}$$

$$= \text{١٠} \times \frac{\text{٥}}{\text{١,٥ر}} \times \text{١}^{\text{٢}} \times \text{٣} \times \frac{\text{٥}}{\text{١,٥ر}} \times \frac{\text{٥}}{\text{١,٥ر}} \times \text{ر}^{\text{٣}}$$

$$= \frac{\text{٥٠ ر}}{\text{١,٥ر}} - \frac{\text{٧٥ر}}{\text{٢,٢٥ر}}$$

$$= \frac{\text{٧٥ر} - \text{٧٥ ر}}{\text{٢,٢٥}} = \frac{\text{صفر}}{\text{٢,٢٥}} = \text{صفر}$$

ويلاحـــظ أن الـــناتج الحدى أقل من الناتج المتوسط عند استخدام عدد أكبر من وحدات س وهى عدد الوحدات التى تتحقق عند النهاية العظمى للناتج المتوسط ٢ ر كذلـــك نلاحـــظ أن الناتج الحدى قد وصل إلى الصفر ، ويتحقق ذلك عندما يصل الناتج الكلى إلى نهايته العظمى ويمكن توضيح ذلك بتحليل دالة الناتج الكلى .

يصل الناتج الكلى إلى نهايته عندما يكون ميل دالته أفقياً .

الناتج الكلى $= \text{ك} = \text{٥ س}^{\text{٢}}\text{ ر}^{\text{٢}} - \text{س}^{\text{٣}}\text{ ر}^{\text{٣}}$

$$\therefore \frac{\text{د ك}}{\text{د س}} = \text{١٠ س ر}^{\text{٢}} - \text{٣ س}^{\text{٢}}\text{ ر}^{\text{٣}}$$

ويكون الميل أفقياً عندما تكون :

$$\text{١٠ س ر}^{\text{٢}} - \text{٣ س}^{\text{٢}}\text{ ر}^{\text{٣}} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{س} (\text{١٠ ر}^{\text{٢}} - \text{س ر}^{\text{٣}}) = \text{صفر}$$

وحيث أن س لا يمكن أن تساوى صفر

$$\therefore \text{١٠ ر}^{\text{٢}} - \text{٣ س ر}^{\text{٣}} = \text{صفر}$$

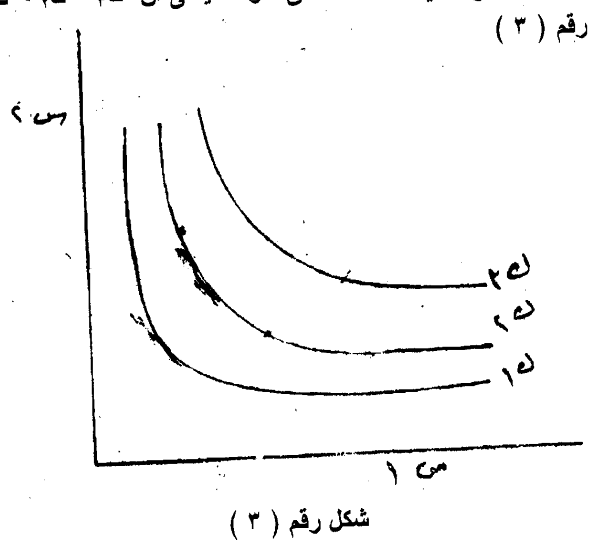
$$\therefore س = \frac{١٠ ر^{٢}}{٣ ر^{٣}} = \frac{١٠}{٣ ر} = \frac{٥}{١,٥ ر}$$

ثانياً : منحنيات الناتج المتساوي ***Iso - quants product***

تشابه منحنيات الناتج المتساوي **Iso quants Product** منحنيات السواء في طبيعتها. ويعرف منحنى الناتج المتساوي بأنه عبارة عن مختلف التوافيق من عنصري الإنتاج $س_{١}$ ، $س_{٢}$ التي يعطى كل منها نفس الإنتاج . ويمكن كتابة دالتها الرياضية في الصور التالية .

$ك = د (س_{١} ، س_{٢})$

ونظـــراً لأن دالة الإنتاج متصلة فإنه يوجد على منحنى الناتج المتساوى عدد لا نهائـــي مـــن التوافـــيق مـــن عنصري الإنتاج $س_{١}$ ، $س_{٢}$. ويوضح الشكل رقم (٣) خـــريطة منحنيات الناتج المتساوي . والمعروف أن زيادة كل من العنصرين $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ســـوف يؤديان إلى زيادة المنتج . وكلما بعد منحنى الناتج المتساوي عن نقطة الأصل كلما زاد مستوى المنتج الذي يمثله المنحنى . وهذا يعنى أن $ك_{٣} > ك_{٢} > ك_{١}$ كما يظهر من الشكل رقم (٣)



شكل رقم (٣)

ويكـــون ميل منحني الناتج المتساوي عند أى نقطة عليه تمثل النسبة التي يحل بها عنصر الانتاج بدلاً من الآخر . ويطلق عليها الاقتصاديون المعدل الحدي للاحلال . وقـــد يطلـــق علـــيه بعض الاقتصاديون النسبة الفنية للاحلال Rate of Technical Substitution ونظـــراً لأن التغـــير يكون في التوافيق لكل منحني ناتج متساوي مع ثبات الكمية المنتجة ، فإنه يمكن حساب ذلك التغير كما يلي :

كمية الناتج المفقود = د $س_{٢}$ × $(ن . ح)_{٢}$

كمية الناتج المكتسب = د $س_{١}$ × $(ن . ح)_{١}$

ونظراً لأن المنشأة على نفس منحنى الناتج المتساوي ، أى أن الانتاج ثابت .

∴ كمية الناتج المفقود = كمية الناتج المكتسب

د $س_{٢}$ × $(ن . ح)_{٢}$ = د $س_{١}$ × $(ن . ح)_{١}$

$$\therefore \frac{د\,س_{٢}}{د\,س_{١}} = \frac{(ن . ح)_{١}}{(ن . ح)_{٢}}$$

ونظراً لأن ميل منحنى الناتج المتساوى سالب

$$\therefore -\frac{د\,س_{٢}}{د\,س_{١}} = \frac{(ن . ح)_{١}}{(ن . ح)_{٢}}$$

وتعـــرف $\frac{د\,س_{٢}}{د\,س_{١}}$ بـــالمعدل الحـــدى لإحلال $س_{١}$ بدلاً من $س_{٢}$ ، أو هى عبارة عن الكمـــية مـــن عنصر الإنتاج $س_{٢}$ التى تتخلى المنشأة عنها لأخذ كمية أخرى من عنصر الإنتاج $س_{١}$ مساوياً لها في إعطاء نفس الإنتاج .

وبالتفاضل الكلى لدالة الإنتاج يمكن اشتقاق المعدل الحدي للإحلال بين عنصرى الإنتاج $س_{١}$ ، $س_{٢}$.

د ك = $ف_{١}$ د $س_{١}$ + $ف_{٢}$ د $س_{٢}$

حيث أن $ف_{١}$ = $\frac{د\,ك}{د\,س_{١}}$ = $(ن . ح)_{١}$

، $ف_{٢}$ = = $(ن . ح)_{٢}$

ونظراً لأن التغير على طول منحنى الناتج المتساوى للكمية يساوى الصفر ، فأن

$ف_{١}$ د $س_{١}$ + $ف_{٢}$ د $س_{٢}$ = صفر

∴ المعدل الحدى للإحلال = − $\frac{د س_٢}{د س_١}$ = $\frac{ف_١}{ف_٢}$

أى أن المعـدل الحدى للإحلال يساوى الناتج الحدى لعنصر الإنتاج $س_١$ مقسوما على الناتج الحدى لعنصر الإنتاج $س_٢$.

وإذا وضعنا دالة الإنتاج وفقاً لدالة كوب - دوجلاس- Cobb- Douglas

فإن :

$$ك = جـ \; س_١^{أ} \; س_٢^{ب}$$

حيث أن جـ ثابت يدل على مستوى الفن الإنتاجى السائد

، $س_١$ $س_٢$ تدل على عناصر الإنتاج

أما المعامل coefficient أ ، ب فهى تبين غلة الحجم Returns to Scale وتمـر غلة الحجم شأنها شأن قانون تناقص الغلة بمراحل ثلاث هي زيادة الغلة بالنسبة للحجـم ثـم ثبات الغلة وأخيراً تناقص غلة الحجم. وزيادة غلة الحجم هى المرحلة التى تؤدى فيها زيادة المستخدم بنسبة معينة إلى زيادة المنتج بنسبة أكبر . أما مرحلة ثبات الغلـة فتعـنى أن زيادة المستخدم من كل العوامل بنسبة معينة تؤدى إلى زيادة المنتج بـنفس النسبة ، أى أن مضاعفة المستخدم مثلاً تؤدى إلى مضاعفة المنتج . أما مرحلة تـناقص غلة الحجم فتصل إليها المنشأة عندما تؤدى زيادة المستخدم بنسبة معينة إلى زيادة المنتج بنسبة أقل .

وتطبـيقاً لدالـة الإنـتاج لكـوب- دوجلاس يمكن القول بأنة إذا كان مجموع أ + ب > ١فإن الكمية المنتجة من استخدام عنصرى الإنتاج تزيد عن النسبة التى زاد بهـا كـل من عنصري الإنتاج $س_١$ $س_٢$ وهذا يعنى أن الناتج الكلى يمر بمرحلة زيادة الغلـة . أمـا إذا كان مجموع أ + ب = ١ فان زيادة كل من عنصرى الإنتاج $س_١$ $س_٢$ بنسـبة واحدة (حيث تكون هذه النسبة أكبر من الصفر) تؤدى إلى زيادة الإنتاج بنفس النسـبة . وهـذا يعنى أن الناتج الكلى يمر بمرحلة ثبات الغلة ، بينما إذا كان مجموع ا + ب < ١ فإن الكمية المنتجة من استخدام عناصر الإنتاج تقل عن النسبة التى زاد بهـا كل من عنصرى الإنتاج . وفي هذه الحالة ، فأن الناتج الكلى يمر بمرحلة تناقص غلة الحجم .

ويمكن استنتاج المعدل الحدى للإحلال من دالة الإنتاج لكوب- دوجلاس كالتالى :

$$\text{ك} = \text{حـ}\ \text{س}_{١}^{\text{أ}}\ \text{س}_{٢}^{\text{ب}}$$

$$\Theta-\quad \frac{\text{د س}_{١}}{\text{د س}_{١}} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_{١}} \div \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_{٢}} = \frac{\text{ف}_{١}}{\text{ف}_{٢}}$$

$$\therefore\quad \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_{١}} = \text{جـ أ}\ \text{س}_{١}^{١-١}\ \text{س}_{٢}^{\text{ب}} \quad \ldots (١)$$

$$\text{،}\quad \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_{٢}} = \text{جـ ب}\ \text{س}_{١}^{\text{أ}}\ \text{س}_{٢}^{\text{ب}-١} \quad \ldots (٢)$$

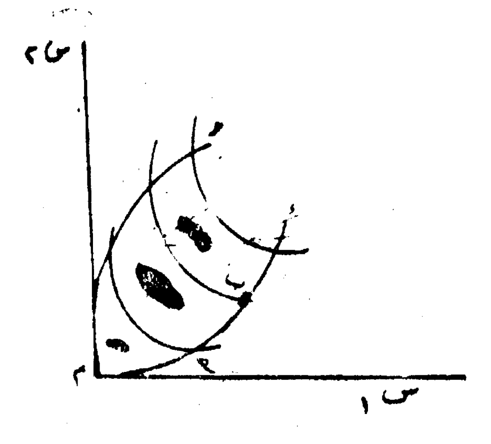
وبقسمة المعادلة (١) على المعادلة (٢) ينتج أن :

$$\frac{\text{د س}_{٢}}{\text{د س}_{١}} = \frac{\text{جـ أ}\ \text{س}_{١}^{١-١}\ \text{س}_{٢}^{\text{ب}}}{\text{جـ ب}\ \text{س}_{١}^{\text{أ}}\ \text{س}_{٢}^{\text{ب}-١}}$$

$$= \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{١}{\text{س}_{١}} \times \text{س}_{٢}$$

$$= \frac{\text{أ س}_{٢}}{\text{ب س}_{١}}$$

ويكــون المعــدل الحــدى للإحلال سالباً عند نقطة ما ، إذا كان الناتج الحدى للعنصــر $\text{س}_{١}$ سالباً والناتج الحدى للعنصر $\text{س}_{٢}$ موجباً ، كما يتضح ذلك من الشكل رقم (٤) عند النقطة أ . ويلاحظ أن التحرك على منحنى الناتج المتساوي من أ إلى ب سوف يؤدى إلى انخفاض في كمية كل من عنصرى الإنتاج $\text{س}_{١}$ ، $\text{س}_{٢}$. وبالتالى فإن النقطة (ب) (أ) تفصل النقطة طالما أننا نحتفظ بنفس مستوى الإنتاج الكلى .



شكل رقم (٤)

ويلاحـــظ أن منحنـــيات الـــناتج المتساوى تأخذ في الالتفاف حول نفسها عندما تصـــبح الانتاجية الحدية لأى من عنصر ى الإنتاج سالبة . وبالتالى فإنه يستحيل على المنشأة التحرك على المنحنى بعد النقط التى يتحول عندها ميل المنحنى إلى ميل موجب . ومعـــنى ذلك أن المنظم سوف لا يستخدم توافيق من كل العنصرين $س_١$ ، $س_٢$ ينتج عـــن أحدهما ناتج حدى بالسالب . وهكذا يمكن القول بأن كلا من المنحنى م د ، م جـــ واللذيـــن يسميان بمنحنيات حافة الانتاجية يقسمان منحنيات الناتج المتساوي إلى ثلاثة أقســـام : القسم الأول وهو الواقع فيما بينهما حيث تكون فيه منحنيات الناتج المتساوي محدبة فى اتجاه نقطة الأصل ويكون ميلها منه سالبا ويساوى $\frac{د س_٢}{د س_١}$ ويدل ذلك على أن المعـــدل الحدى للإحلال بين العنصرين $س_١$ ، $س_٢$ يتناقص كما تحركنا على المنحى الـــناتج المتساوى ، والقسمين الآخرين وهما الواقعان خارج الفراغ المحدود بمنحنيات حافـــة الانتاجـــية ، تصبح فيهما منحنيات الناتج المتساوى أما أفقية أو عمودية أو ذات مـــيل موجـــب . والخلاصة أن الفراغ الواقع بين منحنيات حافة الانتاجية يعتبر منطقة الإنـــتاج الرشـــيد ، أى المـــنطقة التى لا يجوز للمنظم الكفء أن يتعداها فى استخدامه لعناصر الإنتاج.

مثال (٤) :-

وضح أن داله الإنتاج التالية هى دالة متجانسة من الدرجة الأولى :

ك = ٣س + ٥ ع

الحـــــل :

تكون الدالة متجانسة من الدرجة الأولى إذا تغيرت المتغيرات المستقلة فى دالة ما بمعدل معين وتغير المتغير التابع نتيجة لذلك بنفس المعدل .

ولمعرفة نوع الدالة بالتعويض بقيم مختلفة المتغيرين س ، ع ونلاحظ ما يحدث فى الناتج الكلى .

س	ع	الناتج الكلى
١	١	٨
٢	٢	١٦
٣	٣	٢٤

ويتضح من هذه الأرقام أن زيادة عنصرى الإنتاج س ، ع بمعدل معين يؤدى إلى زيادة الناتج الكلى بنفس المعدل . وهذا يعنى أن الناتج الكلى يمر بمرحلة ثبات الغلة .

مثال (٥) :

وضح أن دالة النتاج التالية دالة متجانسة من الدرجة الثانية :

ك = ٢س^{٢} + س ع + ٣ع^{٢}

الحـــل:

تكـــون الدالـــة متجانسة من الدرجة الثانية إذا ترتب على زيادة س ، ع بمعدل الضعف أن زادت ك بمعدل أمثال .

ولمعرفة نوع الدالة تقوم بالتعويض بقيم مختلفة للمتغيرين س ، ع ونلاحظ ما يحدث فى الناتج الكلى .

س	ع	ك
١	١	٦
٢	٢	٢٤
٣	٣	٥٤

يتضـــح من هذه الأرقام أن زيادة عنصرى الإنتاج بمعدل الإنتاج بمعدل الضعف أولاً أدت إلـــى زيـــادة الناتج الكلى بمعدل ٥ أمثال ، ثم أن زيادة عنصرى الإنتاج بمعدل ثلاثـــة أمثال أدت إلى زيادة الناتج الكلى بمعدل ٩ أمتار وهذا يعنى أن الناتج الكلى يمر بمرحلة زيادة الغلة.

ثالثا : السلوك الرشيد : ***Rationing Behaviour***

يتضـــح مما سلف ذكره أن منحنيات الناتج المتساوى لا يمكن أن توضح وحدها إلا الحقـــائق الفنـــية الخاصة بإنتاج سلعة ما حيث يظهر على هذه المنحنيات التوافيق المختلفة من عنصرى الإنتاج التى يمكن تستخدمها المنشأة لانتاج مستويات مختلفة من الـــناتج عندما تكون قادرة على تغيير العنصرين . ولكن من الناحية الاقتصادية ينصرف اهـــتمام المنشـــأة إلى تكلفة هذه التوافيق المختلفة حتى نستطيع أن تفاصل فيما بينهما وتقرر استخدام اقلها تكلفة .

والمعـــرف أن تكلفـــة اى توفـــيق مـــن توافيق عنصرى الإنتاج التى توضحها منحنـــيات الـــناتج المتساوى ، يتوقف على عدد وحدات كل عنصر وكذلك على أجرة ، وبالتالى فان المنشأة تكون فى حاجة إلى أداة ترشدها اى الطرق اقل تكلفة حتى تستطيع أن تقرر الطريقة التى تستخدمها فى إنتاج منتج معين والتحليل المالى قاصر على الحالة التى يشتري فيها المنظم مستخدماته الانتاجية من الأسواق كاملة المنافسة بأسعار ثابتة ومحددة للوحدة .

ويمكـــن توضيح النسبة بين أجرى عنصرى الإنتاج فى خريطة الناتج المتساوى برســـم خطوط يكون ميل كل منها مساويا للنسبة بين اجر العنصر $س_{١}$ (على المحور الأفقـــي) واجـــر العنصر $س_{٢}$ (على المحور الرأسى) . وتسمى هذه الخطوط بخطوط التكلفة المتساوية حيث أن كل منها يمثل تكلفة معينة نتيجة استخدام هذين العنصرين . ويعرف خط التكلفة المتساوية **Isocost** بأنه عبارة عن التوافيق المختلفة من عناصر الإنتاج التى يمكن شراؤها بقدر معين من التكاليف . وبفرض أن ت. ك تمثل هذا القدر من التكاليف الكلية ، ويمكن كتابة دالة التكاليف في الصورة التالية :

$$ت. ك = ع_{١} س_{١} + ع_{٢} س_{٢} + ت ث .$$

حيث ع_1 ، ع_2 أجرى عنصر الإنتاج س_1، س_2 على التوالى ، ت ث .هى التكلفة الثابتة .

$\therefore$ $\text{ت.ك} - \text{ع}_1\,\text{س}_1 - \text{ت ث} = \text{ع}_2\,\text{س}_2$

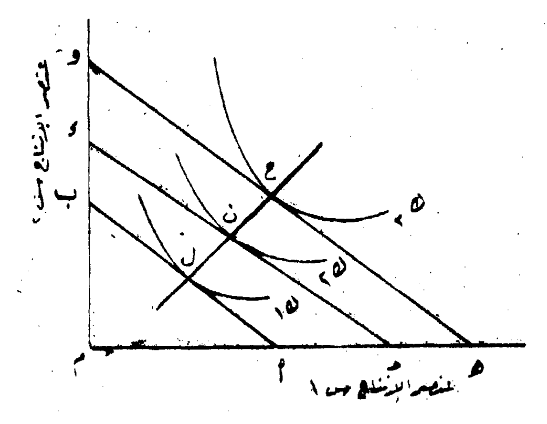
$$\therefore \text{س}_2 = \frac{\text{ت . ك}}{\text{ع}_2} - \frac{\text{ع}_1\,\text{س}_1}{\text{ع}_2} - \frac{\text{ت . ث}}{\text{ع}_2}$$

$$\therefore \text{س}_2 = \frac{\text{ت . ك} - \text{ت . ث}}{\text{ع}_2} - \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2}\,\text{س}_1$$

$$\therefore \frac{\text{د س}_2}{\text{د س}_1} = - \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2}$$

أى أن مـيل خـط الـتكلفة المتساوية يصبح متساوياً لنسبة أجورسلع عناصر الإنـتاج فـي صورة سالبة ويكون المقطع لخط التكاليف المتساوية على محور كميات عنصر الإنتاج

س_1 هـو $\frac{\text{ت . ك} - \text{ت . ث}}{\text{ع}_1}$ ، أى عبارة عن الكمية من س_1 التى يمكن أن تشـتري إذا أنفقـت كل الموارد المخصصة لشراء المستخدمات الانتاجية على س_1 فقط وكذلـك يكـون المقطـع علـى محـور كمـيات عنصـر الإنـتاج س_2 هـو $\frac{\text{ت . ك} - \text{ت . ث}}{\text{ع}_2}$ أى عـبارة عن الكمية من س_2 لو أنفقت المنشأة جميع التكالـيف على العنصر س_2 ويلاحظ أنه في حالة زيادة دخل المنشأة ورغبتها في إنتاج كمـيات أكـبر مـن السلعة تزداد تكاليف الإنتاج لشراء كميات أكبر من عناصر الإنتاج وبالـتالى تزداد التقاطعات على محورى الكميات س_1، س_2 . ويمكن إيضاح ذلك بالشكل رقم (٥) :



شكل رقم ٥

وفى هذا الشكل نجد أن خطوط التكلفة المتساوية أ ب ، جـ د ، هـ و متوازية على اساس أن اجور عناصر الانتاج لاتتغير مهما زاد أو نقص طلب المنشأة عليها . ويعتبر ميل أى خط من خطوط التكلفة المتساوية معادلاً لقسمة المقابل على المجاور فمثلاً ميل خط التكلفة المتساوية أ ب

$$= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{م ب}}{\text{م أ}}$$

$$= \frac{\text{التكلفة الكلية}}{\text{أجر العنصر س}_2} \div \frac{\text{التكلفة الكلية}}{\text{أجر العنصر س}_1}$$

$$= \frac{\text{أجر العنصر س}_1}{\text{أجر العنصر س}_2} = \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2}$$

وفى الشكل رقم (٥) نلاحظ أن كل خط من خطوط التكلفة المتساوية يمس منحنى من منحنيات الناتج المتساوى ، وبذلك يتحدد توفيق عنصرى الانتاج الذى يكون أقل تكلفة في انتاج مستوى الانتاج الذى يمثلة المنحنى . فخط التكلفة المتساوية أ ب يمس منحنى الناتج المتساوى ك$_1$ في النقطة ل ، وبذلك يتكون توفيق من عنصرى الانتاج س$_1$ س$_2$ الذى تمثلة النقطة ل وهو أقل التوافيق تكلفة لانتاج مستوى الانتاج ك$_1$ حيث أن اى نقطة أخرى على هذا المنحنى للناتج المتساوى وأن كانت تمثل نفس مستوى الإنتاج إلا

انهـــا تكـــون أكثر تكلفة حيث أنها تكون في مستوى أعلى من منستوى التكاليف الذى يمـــثلة الخط أ ب . كذلك يمس خط التكلفة المتساوية جـ د منحنى الناتج المتساوى $\text{ك}_{٢}$ فـــي النقطة ن،وبذلك يتكون توفيق من عنصرى الانتاج $\text{س}_{١}$ $\text{س}_{٢}$ الذى تمثلة النقطة ن وهـــو أقل التوافيق تكلفة لانتاج مستوى الانتاج $\text{ك}_{٢}$ ، حيث أن أى نقطة اخرى على هذا المنحـــنى للناتج المتساوى ان كانت تمثل نفس مستوى الانتاج الا انها تكون أكثر تكلفة حيـــث أنهـــا تكـــون فـــي مستوى أعلى من مستوى التكاليف الذى يمثلة الخط حـ د . وينطبق ما سبق أن ذكرناه على خط التكلفة المتساوية هو الذى يمس منحنى الناتج $\text{ك}_{٣}$ فى نقطة ح .

وهكـــذا تمـــثل النقط ل ، ن ، ح نقط التوازن بين منحنى الناتج المتساوى وخط التكلفة المتساوية للمنشأة. وبتوصيل نقط التوازن هذه ينشأ خط أو منحنى يسمى بالممر الممتد للمنشأة **Firm Expansion path**

وتعنى نقطة التماس بين منحنى الناتج المتساوى وخط التكلفة المتساوية أن ميل المنحـــنى عند هذه النقطة يعادل ميل خط التكلفة وحيث أن ميل منحنى الناتج المتساوى يقيس معدل الإحلال الحدى وهو يساوى النسبة بين الناتج الحدى لعنصر الانتاج $\text{س}_{٢}$ ، وميل خط التكلفة المتساوية يعادل النسبة بين أجرى العنصرين

∴ عند نقطة التماس يكون

$$\frac{(\text{ن . ح})_{١}}{(\text{ن . ح})_{٢}} = \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢}}$$

$$\frac{(\text{ن . ح})_{١}}{\text{ع}_{١}} = \frac{(\text{ن . ح})_{٢}}{\text{ع}_{٢}}$$

وعلـــيه فننا نكون قد توصلنا الى قاعدة عامة أن المنتج يتوازن في استخدامة لعناصر الانتاج المختلفة باختيار طريقة الانتاج التى تجمع بين هذه العناصر بحيث تكون النسبة بين الناتج لكل عنصر وأجرة متساوية لكل عنصر فيها ، وبهذا الاختيار تستطيع المنشأة أن تحقق مستوى معينامن الانتاج بأقل تكلفة ممكنة ، أو أن تحقق أكبر مستوى انتاجى ممكن بتكلفة كلية ممكنة أو أن تحقق تبعاً لذلك أقصى قدر ممكن من الربح .

رابعاً : تحقيق أقل التكاليف وأكبر ربح ممكن

Minimizain cost& Maximization profit

قد يكون هدف المنشأة تحقيق قدر معين من الانتاج بأقل تكلفة ممكنة . وبفرض أن دالة الانتاج هى :

ك = س ص

حيث س تمثل عدد وحدات عنصر معين .

، ص تمثل عدد وحدات عنصر أخر

وبما أن هذه الدالة تمثل مستوى معين يريد المنظم تحقيقة بأقل تكلفة ممكنة لذك فإننا نقوم بتركيب دالة التكاليف الكلية .

ولنفرض أن أجر العنصر س = $ع_1$

، وأن أجر العنصر ص = $ع_2$

∴ تكلفـــة اســـتخدام العنصـــر س بالنسبة لهذا المنتج = $ع_1$ س وتكلفة استخدام العنصر ص بالنسبة لهذا المنتج = $ع_2$ ص

وعلى أساس افتراض أن هذين العنصرين هما الضروريان فقط للإنتاج

∴ التكاليف المتغيرة = $ع_1$ س + $ع_2$ ص

فإذا فرضنا أن التكاليف الثابتة = ت ث

∴ مجموع التكاليف الكلية = $ع_1$ س + $ع_2$ ص + ت ث

وحيـــث أن المنتج يرغب في تحقيق مستوى الإنتاج س ص بأقل تكلفة ممكنة ، لذلـــك فإننا نضيف هذا الشرط إلى دالة الإنتاج . ولكن بإضافة هذا الشرط تزيد من عدد المتغـــيرات المستقلة في الدالة ، ولذلك يجب الضرب في معامل لاجرانج Lagrange Multiplier حتى يمكن استنتاج ثلاث مشتقات جزئية ومن ثم نحصل على الدالة :

ف = س ص + ل (ت ك − $ع_1$ س − $ع_2$ ص − ت ث)

وتحقيق نهايات الدالة عندما تكون كل مشتقاتها الجزئية = صفر ،

وبوضع التفاضلات الجزئية مساوية للصفر بالنسبة إلى س ، ص يستنتج التالى :

$$\frac{د ف}{د س} = ص - ل ع_1 = صفر$$

، $$\frac{د ف}{د ص} = س - ل ع_2 = صفر$$

∴ ص = ل $ع_1$

، س = ل $ع_2$

∴ $$\frac{ص}{س} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

∴ ص هى المشتقة الجزئية لدالة الإنتاج ك = س ص بالنسبة للعنصر س مـــع ثبات العنصر ص أى الزيادة في الناتج الكلى نتيجة تغير بسيط جداً في س أى الـــناتج الحـــدى للعنصـــر س وكذلك س هى المشتقة الجزئية لدالة الانتاج الســـابقة بالنسبة للعنصر ص مع ثبات العنصر س أى الزيادة في الناتج الكلى نتيجة تغير طفيف جداً في ص، أى الناتج الحدى للعنصر ص .

∴ $$\frac{(ن \cdot ح)\ س}{(ن \cdot ح)\ ص} = \frac{ع_1}{ع_2} = \frac{\text{أجر العنصر س}}{\text{أجر العنصر ص}}$$

∴ $$\frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{أجر العنصر س}} = \frac{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}}{\text{أجر العنصر ص}}$$

وبذلـــك يستطيع المنتج أن يحقق مستوى معين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة عند تعادل النسبة بين الناتج الحدى لكل عنصر وأجرة بالنسبة لجميع العناصر المستخدمة .

مثال ٦ :

وضح كيف يمكن لمنشأة دالة إنتاجها ك = س ^{½} ص ^{½} أن تنتج القدر المعين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة إذا علمت أن ذلك القدر المطلوب من الإنتاج هو ١٦ وحدة وأن سعر الوحدة منس =٢ ، وسعر الوحدة من ص = ٨

ك = س ^{½} ص ^{½} .... (١)

وبإضافة شرط تحقيق أقل تكلفة ممكنة إلى دالة الإنتاج ينتج أن :

$ف = س^{½} ص^{½} + ل (ت ك - ع_1 س - ع_2 ص - ت ث)$

∴ $ف = س^{½} ص^{½} + ل (ت ك - ٢ س - ٨ ص - ت ث)$

وبوضع التفاضلات الجزئية مساوية للصفر بالنسبة لكل من العنصرين س ، ص ينتج الآتى :

$$\frac{د ف}{د س} = \frac{١}{٢} س^{\frac{-١}{٢}} ص - ٢ ل = صفر \quad ....(٢)$$

$$\frac{د ف}{د ص} = \frac{١}{٢} س^{\frac{١}{٢}} ص^{\frac{-١}{٢}} - ٨ ل = صفر \quad ....(٣)$$

وبقسمة المعادلة (٢) على المعادلة (٣) ينتج أن

$$\frac{½ \ س^{-½} \ ص^{½}}{½ \ س^{½} \ ص^{-½}} = \frac{٢ ل}{٨ ل}$$

$$∴ \frac{ص}{س} = \frac{١}{٤}$$

∴ س = ٤ ص

وبالتعويض في المعادلة رقم (١) ينتج أن :

$١٦ = (٤ ص^{½}) (ص^{½}) = ٢ ص^{½} × ص^{½} = ٢ ص$

∴ ص= ٨ ، س = ٤ص = ٤ × ٨ = ٣٢

ولكى تنتج المنشأة هذا القدر من الإنتاج يجب أن تكون التكاليف

$ت.ك = ع_1 س + ع_2 ص$

$= ٢ × ٣٢ + ٨ × ٨ = ٦٤ + ٦٤ = ١٢٨$

<u>تحقيق أعلى قدر من الإنتاج بتكلفة كلية معينة</u>

بينا سلفا كيفية حصول المنشأة على قدر معين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة . وفي هذا المجال سنوضح كيفية تحقيق أعلى مستوى من الإنتاج بتكلفة كلية معينة وبافتراض أن مستوى التكاليف هو : $ع_1$ س + $ع_2$ ص + ت ث

وأن المنتج يرغب في تحقيق أعلى مستوى من الإنتاج . لذلك فإننا نضيف إلى دالة التكاليف الشرط الخاص بالإنتاج . ويزداد تبعا لذلك عدد المتغيرات المستقلة ، وعليه يجب الضرب في معامل لاجرانج فنحصل بذلك على الدالة :

ف = $ع_1$ س + $ع_2$ ص + ت ث + ل (ك - س ص)

وبأخذ التفاضل الجزئي لدالة لاجرانج بالنسبة إلى س ، ص ومساواة المعادلتين بالصفر نستنتج التالي :

$$\frac{د ف}{د س} = ع_1 - ل ص = صفر$$

$$، \quad \frac{د ف}{د ص} = ع_2 - ل س = صفر$$

$$\therefore ع_1 = ل ص$$

$$، ع_2 = ل س$$

$$\frac{ع_1}{ع_2} = \frac{ص}{س}$$

وحيث أن $\frac{ص}{س} = \frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}}$

$$\therefore \frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

$$\frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{أجر العنصر س}} = \frac{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}}{\text{أجر العنصر ص}}$$

وبذلك يستطيع المنظم أن يحقق أعلى مستوى من الإنتاج بتكلفة كلية معينة عندما تتعادل النسبة بين الناتج الحدى لكل عنصر وأجره بالنسبة لجميع العناصر المستخدمة .

مثال (٧) :

إذا كانت دالة الإنتاج معينة هى $ك = س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}}$ ولها دخل معين مقدار بالمبلغ ١٢٠ جنيها تريد إنفاقه على عناصر الإنتاج س ، ص . وضح كيف يمكن لهذه المنشأة أن تحقق أعلى مستوى من الإنتاج بتكلفة كلية معينة مستخدما طريقة معامل لاجرانج ، إذا علم أن سعر الوحدة من س = ٢ ، ص = ٤ .

الحل :

$ك = س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}}$

، $ت ك = ع_{١} س + ع_{٢} ص$ ... (١)

وبإضافة الشرط الخاص . بالإنتاج إلى دالة التكاليف ينتج أن :

$ف = ع_{١} س + ع_{٢} ص + ل (ك - س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}})$

$ف = ٢ س + ٤ ص + ل (ك - س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}})$

وبأخذ التفاضل الجزئى لدالة لاجرانج بالنسبة إلى س ، ص ومساواة المعادلتين بالصفر نستنتج التالى :

$$\frac{د ف}{د س} = ٢ - \frac{١}{٣} س^{\frac{-٢}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}} ل = صفر$$

$$، \frac{د ف}{د ص} = ٤ - \frac{٢}{٣} س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{-١}{٣}} ل = صفر$$

$∴ ٢ = \frac{١}{٣} س^{\frac{-٢}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}} ل$ ... (٢)

، $٤ = \frac{٢}{٣} س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{-١}{٣}} ل$ ... (٣)

<u>وبقسمة المعادلة (٢) على المعادلة (٣) ينتج أن :</u>

$$\frac{٢}{٤} = \frac{\frac{١}{٣} س^{\frac{-٢}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}} ل}{\frac{٢}{٣} س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{-١}{٣}} ل}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{ص}{٢ س}$$

∴ ٢ س = ٢ ص

س = ص وتعرف هذه بمعادلة الممر الممتد للمنشأة .

وبالتعويض فى معادلة التكاليف الكلية ينتج أن :

١٢٠ = ٢س + ٤ ص

س = ص

١٢٠ = ٢ س + ٤ س = ٦ س

$$س = \frac{١٢٠}{٦} = ٢٠$$

، ص = ٢٠

$$ك = (٢٠)^{\frac{١}{٣}} (٢٠)^{\frac{٢}{٣}} = ٢٠$$

تحقيق أكبر ربح ممكن :

يعتبر الهدف الأساسى للمنشأة هو تحقيق أقصى ربح ممكن . ويعرف الربح بأنه الفرق بين إيراد المنشأة وتكاليفها . فالإيراد فى ظل المنافسة الحرة بالنسبة للمنشأة هو عبارة عن حاصل ضرب الكميات المباعة فى سعر الوحدة وعلى هذا فإن دالة الإيراد الكلى = س ص × م = س ص م

حيث م تعبر عن سعر الوحدة من الإنتاج

ودالة التكاليف الكلية = س $ع_{١}$ + ص $ع_{٢}$ + ت ث

∴ رك = س ص م − س $ع_{١}$ − ص $ع_{٢}$ − ت ث

حيث رك = الربح الكلى

وللحصول على أقصى ربح ممكن ، نأخذ التفاضلات الجزئية بالنسبة لكل من س ، ص ثم تساوى الناتج بالصفر كالتالى :

$$\frac{د رك}{د س} = ص م - ع_1 = صفر$$

، $$\frac{د رك}{د ص} = س م - ع_2 = صفر$$

∴ ص م = $ع_1$

، س م = $ع_2$

∴ $$\frac{ص}{س} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

أى $$\frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}} = \frac{\text{أجر العنصر س}}{\text{أجر العنصر ص}}$$

أو $$\frac{\text{الناتج الحدى للعنصر س}}{\text{أجر العنصر س}} = \frac{\text{الناتج الحدى للعنصر ص}}{\text{أجر العنصر ص}}$$

وبذلــك تســتطيع المنشأة أن تحقق أقصى ربح ممكن عندما تتعادل النسبة بين الناتج الحدى لكل عنصر وأجره بالنسبة لجميع العناصر المستخدمة .

نظرية إيلر والتوزيع :

تنص نظرية إيلر **Euler's Theorem & Distribution** على أنه إذا كانت المنشأة تدفع لعناصر الإنتاج أجراً يساوى ناتجها الحدى الطبيعى (فى شكل إنتاج وليس فــى شــكل نقــدى) وكانت دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الأولى ، فإن مجموع ما تحصل عليه عناصر الإنتاج المشتركة فى إنتاج حجم معين للإنتاج يساوى الناتج الكلى نفسه . فإذا أخذنا دالة الإنتاج فى الصورة التالية

ك = $\sqrt{\text{س ص}}$

حيث س = تمثل عدد الوحدات المستخدمة من عنصر معين

، ص = تمثل عدد الوحدات المستخدمة من عنصر آخر .

فإنه بمضاعفة س ، ص عدد من المرات يرمز لها بالرمز ن

$$\therefore \sqrt{ن \times س \times ن \times ص} = \sqrt{ن^{2}\ س\ ص}$$

$$= ن \sqrt{س\ ص}$$

أى أن الناتج الكلى يتضاعف بمقدار قدره (ن) من المرات نتيجة لذلك ويمكن صياغة دالة الإنتاج السابقة فى الصورة التالية :

$$ك = س^{\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}}$$

ويكون الناتج الحدى للعنصر س ، هو التفاضل الجزئى لدالة الناتج الكلى ويمكن إجراء التفاضل كالتالى :

$$\frac{د\ ك}{د\ س} = \frac{1}{2}\ س^{-\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}}$$

وكذلـــك يكون الناتج الحدى للعنصر ص ، التفاضل الجزئى لدالة الناتج الكلى ، ويمكن إجراء التفاضل كالتالى :

$$\frac{د\ ك}{د\ ص} = \frac{1}{2}\ س^{\frac{1}{2}}\ ص^{-\frac{1}{2}}$$

وإذا كان أجر العنصر س = ناتجة الحدى ، فإن مجموع ما يحصل عليه العنصر س هو :

$$س \times \frac{1}{2}\ س^{-\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}}$$

وإذا كـــان أجـــر العنصـــر ص = ناتجـــة الحدى ، فإن مجموع ما يحصل عليه العنصر ص هو :

$$ص \times \frac{1}{2}\ س^{\frac{1}{2}}\ ص^{-\frac{1}{2}}$$

ويكون مجموع ما يحصل عليه العنصران س ، ص معاً هو :

$$س \times \frac{1}{2}\ س^{-\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}} + ص \times \frac{1}{2}\ س^{\frac{1}{2}}\ ص^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\ س^{\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\ س^{\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}} = س^{\frac{1}{2}}\ ص^{\frac{1}{2}}$$

$= \sqrt{\text{س ص}}$ وهو الناتج الكلى نفسه

ويلاحظ أن هذه الدالة متجانسة من الدرجة الأولى ، وبذلك تدل على ثبات غلة الحجم .

ولـــن تتغـــير النتيجة إذا أدخلنا فى الحسبان سعر الوحدة من الناتج حيث تكون قيمة الناتج الكلى = م س ص باعتبار أن م = سعر الوحدة من الناتج .

وتكون قيمة أجر العنصر س = $\text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{-\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}}$

وقيمة أجر العنصر ص = $\text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{-\frac{1}{2}}$

∴ مجموع ما يحصل عليه العنصر س = $\text{س} \times \text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{-\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}}$

، مجموع ما يحصل عليه العنصر ص = $\text{ص} \times \text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{-\frac{1}{2}}$

∴ مجموع ما يحصل عليه العنصرين معاً =

$$\text{س} \times \text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{-\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}} + \text{ص} \times \text{م} \times \frac{1}{2}\, \text{س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\, \text{م س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\, \text{م س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \text{م س}^{\frac{1}{2}}\, \text{ص}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\text{س ص}}$$

ويمكـــن إســـتخدام نظرية إيلر لبيان ما إذا كانت غلة الحجم ثابتة أو متزايدة أو متناقصة . فإذا كانت دالة الإنتاج :

$$\text{ك} = \text{س}_1^{\frac{1}{2}}\ \text{س}_2^{\frac{1}{2}}$$

وطبقا لنظرية إيلر :

$$\text{و ك} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_1} \times \text{س}_1 + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_2} \times \text{س}_2 + \ldots\ldots + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_\text{ن}} \times \text{س}_\text{ن}$$

حيث و : تمثل درجة التجانس :

وإذا فرضـــنا أن و = ١ ، وبحساب الناتج الحدى لكل من س_1 أو س_2 يتضح التالى :

$ك = \frac{1}{2} س_1^{-\frac{1}{2}} س_2^{\frac{1}{2}} (س_1) + \frac{1}{2} س_1^{\frac{1}{2}} س_2^{-\frac{1}{2}} (س_2)$

$ك = \frac{1}{2} س_1^{\frac{1}{2}} س_2^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} س_1^{\frac{1}{2}} س_2^{\frac{1}{2}}$

$= س_1^{\frac{1}{2}} س_2^{\frac{1}{2}}$

أى أنه إذا كانت درجة دالة الإنتاج تعادل الوحدة ، فإن غلة الحجم تكون ثابتة . أمـــا إذا كانـــت و < ١ ، فإن غلة الحجم تكون أقل من المنفق على الإنتاج أى أن الغلة متناقصـــة . وإذا كانت و > ١ ، فإن غلة الحجم تكون أكبر من المنفق على الإنتاج أى أن المرحلة التى يمر بها الناتج الكلى هى مرحلة الغلة المتزايدة .

كذلك يمكن استخدام نظرية إيلر لإيجاد النقط التى تكون فيها غلة الحجم ثابتة . فإذا فرضنا أن دالة الإنتاج هى :

$$ك = ٣ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٣ ص^٣$$

$$\therefore \frac{د ك}{د س} = ٦ س ص^٢ - ١٢ س^٢ ص^٣$$

$$، \frac{د ك}{د ص} = ٦ س ص^٢ - ١٢ س^٣ ص^٢$$

$$\therefore ٣ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٣ ص^٣ =$$

$$[(٦ س ص^٢ - ١٢ س^٢ ص^٣) \times س]$$

$$+ [(٦ س^٢ ص - ١٢ س^٣ ص^٢) \times ص]$$

$$= ٦ س^٢ ص^٢ - ١٢ س^٣ ص^٣ + ٦ س^٢ ص^٢ - ١٢ س^٣ ص^٣$$

$$= ١٢ س^٢ ص^٢ - ٢٤ س^٣ ص^٣$$

$$\therefore ٣ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٣ ص^٣ = ١٢ س^٢ ص^٢ - ٢٤ س^٣ ص^٣$$

$$\therefore ٣ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٣ ص^٣ - ١٢ س^٢ ص^٢ + ٢٤ س^٣ ص^٣ = صفر$$

$$٢٠ س^٣ ص^٣ - ٩ س^٢ ص^٢ = صفر$$

$$س^٢ ص^٢ (٢٠ س ص - ٩) = صفر$$

$$\therefore ٢٠ س ص = ٩$$

$$س = \frac{٩}{٢٠ ص}$$

كمـــا يمكـــن استخدام نظرية إيلر لتقسيم دالة الإنتاج إلى مراحلها المختلفة فإذا فرضـــنا أن الكمـــية المنتجة تستخدم عنصرا واحداً من عناصر الإنتاج ، وبفرض غلة الحجم ثابتة يستنتج التالى :

ك = د (س)

وتطبيقا لنظرية ايلر

$$\text{ك} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}} \times \text{س}$$

وبقسمة الطرفين على ك ينتج أن :

$$١ = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}} \times \frac{\text{س}}{\text{ك}} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}} \div \frac{\text{ك}}{\text{س}} = \frac{\text{ن.ح}}{\text{ن.م}}$$

$$\therefore \quad ١ = \text{م ن} = \frac{\text{ن ح}}{\text{ن م}} \text{ ، ن . ح = ن . م}$$

حيـــث م ن تعـــبر مرونة الناتج كما سبق أن ذكرنا . وبالتالى فإنه عندما يكون الـــناتج الحـــدى مساويا للناتج المتوسط تكون مرونة الناتج تساوى الوحدة وهما بداية المرحلة الثانية .

والجديـــر بالذكـــر أنـــه فـــى مـــرحلة تزايد الغلة يكون ن . ح > ن . م وعليه فإن $\frac{\text{ن . ح}}{\text{ن . م}}$ > ١ فـــى مرحلة بداية تناقص الغلة يكون الناتج الحدى مساويا للناتج المتوسط فى البداية أى أن ن . ح = ن .م أى أن $\frac{\text{ن . ح}}{\text{ن . م}}$ = ١ أما بعد ذلك فإن ن . ح يصـــبح أقل من الناتج المتوسط فى نفس تلك المرحلة ، وعليه تصبح مرونة الناتج أقل من ١ أى أن $\frac{\text{ن . ح}}{\text{ن . م}}$ < ١

وأخـــيراً تعتبر إيلر نظرية توزيع Theory of Distribution ، فى ظل حالة المنافســـة الحرة . فإذا فرضنا أن درجة تجانس دالة الإنتاج تساوى الوحدة ، فإنه طبقا لنظرية إيلر .

$$\text{ك} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_1} \times \text{س}_1 + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_2} \times \text{س}_2 + \ldots + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_\text{ن}} \times \text{س}_\text{ن}$$

وبضرب الطرفين فى سعر السلعة ك وهو ع ينتج أن

$$\text{ع ك} = \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_1} \times \text{ع} \times \text{س}_1 + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_2} \times \text{ع} \times \text{س}_2 + \ldots + \frac{\text{د ك}}{\text{د س}_\text{ن}} \times \text{ع} \times \text{س}_\text{ن}$$

ومن المعلوم أن $\frac{\text{د ك}}{\text{د س}_1} \times \text{ع}$ **= أجر الوحدة من العنصر** س_1

أى أنه يتم استخدام عنصر الإنتاج حتى تكون قيمة الناتج الحدى :

$\left(\frac{\text{د ك}}{\text{د س}_1} \times \text{ع} \right)$ **لهذا العنصر مساوية لأجر الوحدة منه**

خامساً : تحليل دوال التكاليف :

Analysis of cost functions

توجـد علاقة دالية بين التكاليف وحجم الإنتاج يمكن تصويرها فى معادلة تكون فـيها التكالـيف الكلـية متغـيراً تابعاً وحجم الإنتاج متغيراً مستقلاً غير أنه فى الفترة القصـيرة تكـون بعـض عناصر الإنتاج ثابتة غير متغيرة ، لذلك يكون هناك جزء من التكاليف الكلية ثابتا لا يتغير مهما غيرت المنشأة من مستوى إنتاجها خلال هذه الفترة . ويظهر هذا الجزء فى شكل ثابت فى الدالة فتتحمله المنشأة حتى إذا توقفت عن الإنتاج أو حـتى عندما يكون إنتاجها مساوياً للصفر . وعلى ذلك فإن دالة التكاليف لمنشأة ما يمكن أن تكتب كالآتى :

ت ك = د (ك) + ت ث

حيـــث ت ك هـــى التكالـــيف الكلية ، ك الناتج ، ت ث التكاليف الثابتة . أى أن د (ك) هى فى الواقع دالة التكاليف المتغيرة للمنشأة. ودالة التكليف الكلية تعطى أدنى تكلفـــة لإنـــتاج كـــل ناتج حيث اشتقت على أساس إفتراض أن المنظم يتصرف برشد .

وتشـــمل دوال التكالـــيف فـــى المـــدى قصير الأجل متوسطات التكلفة الثابتة والمتغيرة والكلية .

$$م\ ت\ ث = \frac{ت\ ث}{ك}$$

حيث م ت ث = متوسط التكاليف الثابتة .

ومـــن الواضـــح أن نصيب الوحدة من هذه التكاليف أى متوسط التكاليف الثابتة يتـــناقص كلمـــا تـــزايد الحجـــم الكلى للإنتاج (ك) ولكنه لا يصل إلى الصفر . ويمكن الحصول على متوسط التكاليف المتغيرة (م ت غ) بقسمة التكاليف المتغيرة على حجم الإنتاج .

$$م\ ت\ غ = \frac{ت\ غ}{ك}$$

أما متوسط التكاليف الكلية فهو نصيب وحدة إنتاج واحدة من التكاليف الكلية ، ونحصل عليه بقسمة التكاليف الكلية على حجم الإنتاج أى أن :

$$م\ ت\ ك = \frac{ت\ ك}{ك}$$

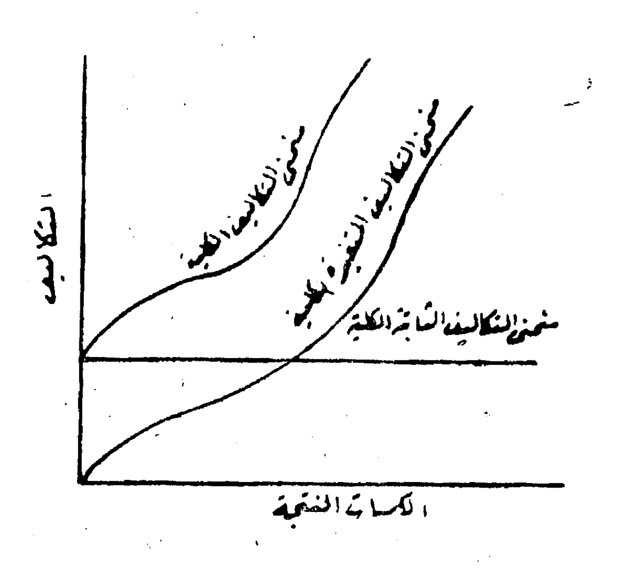
وتعـــرف التكالـــيف الحدية بأنها التغير فى التكاليف الكلية أو المتغيرة بالنسبة للتغـــير فى الإنتاج بوحدة واحدة ، ومن الناحية الرياضية هى عبارة عن التفاضل لدالة التكاليف الكلية أو المتغيرة بالنسبة للتغير فى الإنتاج بوحدة واحدة ، أى أن :

$$ت\ ح = \frac{د\ ت\ ك}{د\ ك} = \frac{د\ (ت\ غ + ت\ ث)}{د\ ك} = \frac{د\ ت\ غ}{د\ ك} + \frac{د\ ت\ ث}{د\ ك}$$

$$= \frac{د\ ت\ غ}{د\ ك} + صفر = \frac{د\ ت\ غ}{د\ ك}$$

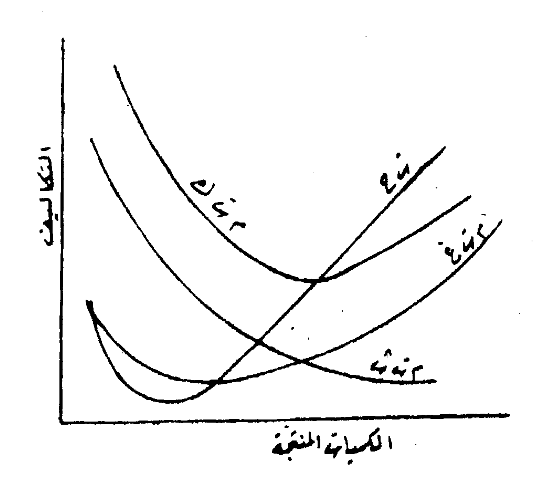
حيث ت ح تمثل التكاليف الحدية .

وقد تأخذ دوال التكاليف أشكالاً مختلفة ولكن الشكل العام يمكن إيضاحه بالشكلين التاليين :



شكل رقم (٦)

ويلاحـــظ فى الشكل رقم (٦) أن التكاليف الثابتة الكلية مقدارها ثابت ويمثلها خط مستقيم موازى للمحور الأفقى وتتحمل بها المنشأة حتى إذا كان الإنتاج صفراً . أما التكالـــيف المتغيرة الكلية فهى التى تتغير بتغير حجم الإنتاج فهذه التكاليف تكون صفراً إذا كـــان حجم الإنتاج صفراً وتزيد مع زيادة الإنتاج ، بينما التكاليف الكلية هى عبارة عـــن حاصـــل جمع التكاليف الثابتة الكلية والمتغيرة الكلية . ونظراً لأن التكاليف الثابتة مقـــدار ثابـــت لا يتغير ، فإن التكاليف الكلية تتغير بسبب التغير فى التكاليف المتغيرة . لذلك نلاحظ فى الشكل سالف الذكر أن ميل التكاليف الكلية هو نفس ميل التكاليف الكلية المتغيرة .



شكل رقم (٧)

أمـــا فى الشكل رقم (٧) ، فإننا نجد أن منحنى متوسط التكلفة الثابتة ينحدر من أعلى إلـــى أســـفل جهة اليمين ، بمعنى أن م ت ث يقل مع كل زيادة فى كمية المنتج ، ويبدأ الإنحدار بشدة فى بداية الأمر ثم يأخذ الانحدار فى التباطؤ حتى يقترب المنحنى من الخط المســـتقيم بـــزيادة الوحـــدات المنتجة زيادة كبيرة ولكنه لا يمكن أن يصل إلى الصفر . وبمقارنة متوسط التكاليف المتغيرة ومتوسط التكاليف الكلية والتكاليف الحدية نلاحظ أن التكالـــيف الـــثلاثة تهبط أولا حتى تصل إلى أدنى قيمة لها ثم تأخذ بعد ذلك فى الارتفاع ويصل منحنى التكاليف الحدية إلى أدنى قيمة له قبل أن يصلا منحنيا متوسطات التكاليف المتغيرة والكلية إلى أدنى قيمة لهما ولكن متوسط التكاليف المتغيرة يصل إلى أدنى قيمة لـــه قـــبل أن تصل إليها التكاليف المتوسطة الكلية . ويأخذ منحنى التكاليف الحدية فى الارتفاع حتى يقطع منحنى التكاليف المتغيرة المتوسطة فى أدنى نقطة له ثم يستمر فى الارتفـــاع حـــتى يقطـــع منحنى التكاليف المتوسطة الكلية فى أدنى نقطة له أيضا ، هذا ويمكن اثبات ذلك رياضياً كالتالى :

$$\text{متوسط التكاليف الكلية} = \frac{\text{ت ك}}{\text{ك}}$$

وبإيجاد المشتقة الأولى للدالة ومساواتها بالصفر ينتج أن :

$$\frac{\frac{\text{د}\,(\text{ت ك})}{\text{ك}}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ك} \times \frac{\text{د}\,(\text{ت ك})}{\text{د ك}} - \text{ت ك}}{\text{ك}^{2}} = \text{صفر}$$

وبضرب الطرفين فى الوسطين يتم استنتاج التالى :

$$\text{ك} \times \frac{\text{د}\,(\text{ت ك})}{\text{د ك}} - \text{ت ك} = \text{صفر}$$

$$\text{ك} \times \text{ت ح} - \text{ت . ك} = \text{صفر}$$

$$\text{ت ح} = \frac{\text{ت ك}}{\text{ك}} = \text{م ت ك} \qquad \text{....}\ (١)$$

كذلك فإن :

$$\text{متوسط التكاليف المتغيرة} = \frac{\text{ت غ}}{\text{ك}}$$

وبإيجاد المشتقة الأولى للدالة ومساواتها بالصفر ينتج أن :

$$\frac{\frac{\text{د}\,(\text{ت غ})}{\text{ك}}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ك} \times \frac{\text{د}\,(\text{ت غ})}{\text{د ك}} - \text{ت غ}}{\text{ك}^{2}}$$

وبضرب الطرفين فى الوسطين يستنتج التالى :

$$\text{ك} \; \frac{\text{د}\,(\text{ت غ})}{\text{د ك}} - \text{ت غ} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ك} \times \text{ت ح} - \text{ت غ} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ت ح} = \frac{\text{ت غ}}{\text{ك}} = \text{م ت غ} \qquad \text{...}\ (٢)$$

من العلاقتين (١) ، (٢) يتضح أن التكاليف الحدية تمر بأدنى نقطة لكل من متوسط التكاليف الكلية والمتغيرة .

مثال (٨) :

أوجـــد العلاقة بين التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية بافتراض أن دالة التكاليف الكلية هى :

ت ك = ٠,١ س^{٣} − ٢س^{٢} − ١٥ س

حيث س تمثل حجم الإنتاج :

الحل :

التكلفة المتوسطة = (٠,١ س^{٣} − ٢س^{٢} + ١٥ س) / س

= ٠,١س^{٢} − ٢ س + ١٥

وتصل التكلفة المتوسطة إلى أدنى قيمة لها عندما يكون ميل الدالة = صفر

د التكلفة المتوسطة / د س = ٠,٢ س − ٢ = صفر

∴ ٠,٢ س = ٢

∴ س = ٢ / ٠,٢ = ١٠ وحدات

أى أن التكلفة المتوسطة تصل إلى أدنى قيمة لها عندما تنتج المنشأة ١٠ وحدات .

ما هو مقدار التكلفة المتوسطة عند هذا الحجم من الإنتاج ؟

بالتعويض عن قيمة س ينتج أن :

التكلفة المتوسطة = ٠,١س^{٢} − ٢ س + ١٥

= ٠,١ × ١٠ × ١٠ − ٢ × ١٠ + ١٥

= ١٠ − ٢٠ + ١٥ = ٥

ما هو مقدار التكلفة الحدية عند هذا الحجم من الإنتاج ؟

تفاضل دالة التكاليف الكلية للحصول على دالة التكاليف الحدية :

$$\frac{\text{د التكاليف الكلية}}{\text{د س}} = ٠,٣ \text{س}^{٢} - ٤ \text{س} + ١٥$$

وبالتعويض عن قيمة س ينتج أن :

التكلفة الحدية = ٠,٣ × ١٠٠ − ٤ × ١٠ + ١٥

= ٣٠ − ٤٠ + ١٥ = ٥

وعلــيه تتساوى التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية عند حجم الإنتاج الذى يحقق أدنى تكلفة متوسطة ممكنة .

وإذا قمــنا بالــتعويض عن س بقيمة أقل من ١٠ وحدات كأن يكون الإنتاج ٩ وحدات مثلا ، فما هى العلاقة بين التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية ؟

التكلفة المتوسطة = ٠,١ س^{٢} − ٢ س + ١٥

= ٠,١ × ٨١ − ١٨ + ١٥

= ٨,١ − ١٨ + ١٥ = ٥,١

التكلفة الحدية = ٠,٣ س^{٢} − ٤ س + ١٥

= ٠,٣ × ٨١ − ٤ × ٩ × ١٥

= ٢٤,٣ − ٣٦ + ١٥ = ٣,٣

أى أن الــتكلفة الحدية تكون أقل من التكلفة المتوسطة عند أى حجم للإنتاج أقل مــن ١٠ وحــدات ، وهو الحجم الذى تصل عنده التكلفة المتوسطة إلى أدنى قيمة لها وتكــون بذلك مساوية للتكلفة الحدية . وتتحقق هذه العلاقة بين التكلفتين خلال مرحلة تزايد الغلة .

وإذا قمــنا بالتعويض عن س بقيمة أكبر من ١٠ وحدات كأن يكون الإنتاج ١١ وحدة مثلا ، فما هى العلاقة بين التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية ؟

التكلفة المتوسطة = ٠,١ س^{٢} − ٢ س + ١٥

= ٠,١ × ١٢٠ − ٢٢ + ١٥

= ١٢,١ − ٢٢ + ١٥ = ١,٥

التكلفة الحدية = ٠,٣ س^{٢} - ٤ س + ١٥

= ٠,٣ × ١٢١ - ٤٤ + ١٥ = ٧,٣

أى أن التكلفة الحدية تكون أكبر من التكلفة المتوسطة عند أى حجم للإنتاج أكبر من ١٠ وحدات ،وهو الحجم الذى تصل عنده التكلفة المتوسطة عند أدنى قيمة لها وتكون بذلك مساوية للتكلفة الحدية .

وتتحقق هذه العلاقة بين التكلفتين خلال مرحلة تناقص الغلة .

أما فى الأجل الطويل فإن كل التكاليف تصبح متغيرة وبالتالى تأخذ دالة التكاليف فى الأجل الطويل الصورة التالية .

ت . ك = د (ك)

ومعنى هذا أن مجموع التكاليف المتغيرة يكون هو نفسه التكاليف الكلية ، ويتوقف اتجاه التغير فى التكلفة المتوسطة والحدية فى الأجل الطويل على مراحل الإنتاج التى تمر بها المنشأة . ويشبه منحنى التكلفة المتوسطة فى الأجل الطويل المنحنى فى الأجل القصير مع فارق بسيط هو أن منحنى التكلفة المتوسطة فى الأجل الطويل يكون أكثر تفرطحاً عن المنحنى فى الأجل القصير حيث أن مرحلة تناقص الغلة فى الأجل الطويل لا تبدأ إلا بعد وصول المنشأة إلى مستويات عالية جداً من الإنتاج . كما تتجه التكاليف الحدية إلى التناقص فى مرحلة تزايد الغلة حيث تتزايد التكاليف الكلية بمعدل متناقص ، وفى مرحلة تناقص الغلة تتجه التكاليف الحدية إلى التزايد حيث تزيد التكاليف الكلية بمعدل متزايد . أما وضع منحنى التكاليف الحدية بالنسبة للتكاليف المتوسطة فى الأجل الطويل يكون شبيهاً تماماً لوضعه فى الأجل القصير كما سبق أن رأينا .

والجدير بالملاحظة أن المنظم الذى هدفه الحصول على أقصى ربح ممكن يريد أن يحصل على ذلك القدر من الإنتاج الذى يحقق ذلك الهدف . والربح هو عبارة عن الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية أى أن :

ر = ع ك - ت ك

حيث ر تمثل الربح

، ع ك تمثل الإيراد الكلى وهو عبارة عن سعر الوحدة × الكمية المباعة

ت ك = د (ك) + ت ث

∴ ر = ع ك − د (ك) − ت ث

وللحصـــول على أقصى قدر من الأرباح يؤخذ التفاضل بالنسبة إلى ك ، وتوضع المعادلة مساوية للصفر كالتالى :

$$\frac{د\ ر}{د\ ك} = ع - د^{/} \ (ك) = صفر$$

$$ع - د^{/} \ (ك) = صفر$$

$$\therefore \quad د^{/} (ك) = ع$$

ويتضح مما سبق أنه للحصول على أقصى ربح ممكن يجب أن تتساوى التكلفة الحدية مع سعر الوحدة المباعة (الإيراد الحدى) .

مثال (٩) :

يفــرض أن الدالـــة التالية هى دالة التكاليف الكلية وأن سعر الوحدة هو أربعة جنيهات ، أوجد كمية الإنتاج الذى يؤدى إلى حصول المنتج على أقصى ربح ممكن .

$$ت\ ك = ٠,٠٤\ ك^{٣} - ٠,٩\ ك^{٢} + ١٠\ ك + ٥$$

الحل :

للحصول على أقصى ربح ممكن يجب أن تكون :

$$ت\ .\ ح = ع$$

$$\therefore ٠,١٢\ ك^{٢} - ١,٨\ ك + ١٠ = ٤$$

$$٠,١٢\ ك^{٢} - ١,٨\ ك + ٦ = صفر$$

$ك^{٢} - ١٥\ ك + ٥٠ = صفر$ (بضرب المعادلة السابقة فى ١٠٠) .

$$(ك - ١٠)\ (ك - ٥)\ صفر$$

أى أن ك = ١٠ أو ك = ٥

وعند الكمية ك = ١٠ تكون $\frac{د^{٢}\ (ت\ ك)}{د\ ك^{٢}}$

= ٠,٢٤ ك − ١,٨ أكبر من الصفر

وعند الكمية ك = ٥ تكون $\frac{د^{٢} (ت ك)}{د ك^{٢}}$

= ٠,٢٤ - ١,٨ أقل من الصفر

وعليه فإن الإنتاج الذى يؤدى إلى الحصول على أقصى ربح هو ك = ١٠

١- مرونة التكاليف :

تعبر مرونة التكاليف عن مدى استجابة التكاليف الكلية للتغيرات فى حجم الإنتاج . وتقـاس هذه المرونة بقسمة التغير النسبى فى التكاليف على التغير النسبى فى حجم الإنتاج . أى أن :

$$مرونة\ التكاليف = \frac{التغير\ النسبى\ فى\ التكاليف\ الكلية}{التغير\ النسبى\ فى\ حجم\ الإنتاج}$$

$$= \frac{د\ ت\ ك}{ت\ ك} \div \frac{د\ س}{س}$$

$$= \frac{د\ ت\ ك}{د\ س} \div \frac{ت\ ك}{س}$$

= التكلفة الحدية ÷ التكلفة المتوسطة

$$= \frac{ت\ .\ ح}{ت\ .\ م}$$

وباستخدام نتائج قياس مرونة التكاليف يمكن التعرف على مرحلة الغلة التى يمر بهـا الإنـتاج ، فإذا كانت النتيجة أقل من (١) يكون الإنتاج خاضعاً لتزايد الغلة حيث تكـون التكلفة الحدية أقل من التكلفة المتوسطة . ويعنى ذلك أنه فى مرحلة تزايد الغلة نستطيع الحصول على زيادة بنسبة معينة فى الإنتاج مقابل زيادة بنسبة أقل من التكاليف ، أمـا إذا كانـت نتيجة قياس مرونة التكاليف أكبر من ١ يكون الإنتاج خاضعا لمرحلة تناقص الغلة حيث تكون التكلفة الحدية أكبر من التكلفة المتوسطة . ومعنى ذلك أنه فى مـرحلة تـناقص الغلة نستطيع الحصول على زيادة بنسبة أقل فى الإنتاج مقابل زيادة بنسـبة أكـبر مـن التكاليف . بينما إذا كانت نتيجة مرونة التكاليف = ١ يكون الإنتاج

خاضعاً لمرحلة ثبات الغلة حيث تكون التكلفة الحدية مساوية للتكلفة المتوسطة . ويعنى ذلك أننا نستطيع الحصول على زيادة بنسبة معينة فى الإنتاج مقابل زيادة بنفس النسبة فى التكاليف .

٢- تكاليف إنتاج السلع المتصلة :

تـؤدى بعض عمليات الإنتاج إلى إنتاج أكثر من سلعة واحدة كما فى حالة لحوم الضـأن وأصـوافها حيـث يكون إنتاج هذه السلع متصلاً . ونلاحظ أن استعمال كميات معيـنة من عناصر الإنتاج يؤدى إلى إنتاج سلعتين أو أكثر ، وبذلك تكون تكاليف إنتاج هـذه السلع مشتركة فيما بينها . والسؤال الآن هو كيفية توزيع التكاليف الكلية لإنتاج هـذه السلع فيما بينها حتى تصل المنشأة بربحها إلى أقصى ما يمكن . وسوف نفترض هـنا أن تكلفة الوحدة تتزايد كلما تزايد إنتاجها ، أى أن إنتاج هذه السلع يخضع لقانون تناقص الغلة .

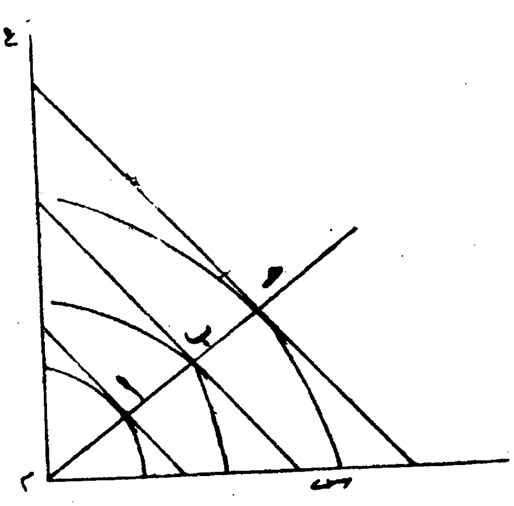
ولنفترض أن منشأة تقوم بإنتاج سلعتين متصلتين هما س ، ع وأنه يمكن إنتاج هاتين السلعتين بنسب متغيرة . وعليه تكون هناك علاقة عكسية بين التغير فى إنتاجهما ، حيـث أن زيـادة إنـتاج واحـد مـنها لابد أن تؤدى إلى إنقاص إنتاج الأخرى نظرا لاعتمادها سويا على كمية معينة من عناصر الإنتاج ، ويمكن تصوير الدالة التى توضح العلاقة بين إنتاج السلعتين معاً وهذه الكمية الثابتة من عناصر الإنتاج أى التكلفة الكلية الثابتة ، على النحو التالى :

ص = د (س ، ع)

حيـث ص تعـبر عـن التكالـيف الكلية لانتاج السلعتين معاً ، وتمثل س ، ع الوحـدات المنـتجة مـنهما . وهـذه الدالة تعرف بدالة التحول الإنتاجى بين السلعتين Product Transformation Function . والمعامل التفاضلى الأول لهذه الدالة = صـفر حيـث أن الانـتقال مـن نقطة إلى أخرى على منحنى الدالة لا يؤدى إلى تغيير التكالـيف الكلية . ويسمى البعض هذه الدالة بدالة السواء للإنتاج ، غير أن هناك بعض الفروق نذكر أهمها فيما يلى :

١-نصـــور دالــــة الناتج المتساوى العلاقة بين طرق الإنتاج المختلفة ومستوى معين من الإنتاج ، أى بين المجموعات المختلفة من عنصرى إنتاج ومستوى معيـــن مـــن الإنتاج ، بينما نصور دالة التحول الإنتاجى العلاقة بين الكميات المختلفة من سلعتين والمجموع الثابت لتكلفة إنتاجيهما سوياً .

٢-تكون منحنيات الناتج المتساوى محدبة بالنسبة لنقطة الأصل ، بينما تكون منحنـــيات الـــتحول الإنـــتاجى مقعـــرة بالنسبة لهذه النقطة كما يتضح الشكل رقـــم (٨) مـــن حيث يتناقص إنتاج السلعة ع بمعدل متزايد كلما زاد إنتاج الســـلعة س . وتفســـير ذلـــك أن زيادة إنتاج س تؤدى إلى زيادة نصيب هذه الســـلعة من إجمالى التكاليف بنسبة أكبر بسبب تزايد التكلفة الحدية ، وبذلك يتـــناقص المخصـــص لإنتاج السلعة ع بنسبة كبيرة فيقل إنتاجها بنسبة كبيرة تبعا لذلك .



شكل رقم ٨

وفـــى هـــذا الشكل سالف الذكر ، فإننا نجد أن هناك ثلاث منحنيات للتحول الإنتاجى تتـــباعد تدريجيا عن نقطة الأصل ، وكلما ابتعد المنحنى عن نقطة الأصل ، كلما تزايدت الكمية المنتجة من كل من السلعتين س ، ع وبذلك تزيد التكاليف الكلية لإنتاجهما سوياً.

وعليه يتركز اهتمام المنشأة على المنحنى الذى يتقرر وإجمالى إمكانياتها الخاصة بإنتاج السلعتين معاً أى بما تمتلكه من العناصر المشتركة بين إنتاجهما . أما الخطوط المستقيمة فهى تدل على أسعار السلعتين بمعنى أن ميل الخط يساوى النسبة بين سعر السلعة س وسعر السلعة ع . ولكى نصل إلى القاعدة التى يتحدد على أساسها توزيع المجموع الكلى للتكاليف بين إنتاج السلعتين س ، ع نفترض دالة التحول الإنتاجى التالية :

ص = د (س ، ع)

∴ د ص / د (س ، ع) = س د ع + ع د س

وحيث أن منحنى التحول الإنتاجى يمثل نهاية عظمى إذ أنه يمثل الإمكانيات الإنتاجية المختلفة لإنتاج السلعتين .

∴ س د ع + ع د س = صفر

∴ س د ع = − ع د س

∴ د ع / د س = − ع / س

وحيث أن ع هى التفاضل الجزئى لدالة التحول الإنتاجى بالنسبة للمتغير س

∴ ع = التكلفة الحدية لإنتاج السلعة س

وحيث أن س هى المشتقة الجزئية لدالة التحول الإنتاجى بالنسبة للمتغير ع .

∴ س = التكلفة الحدية لإنتاج السلعة ع

ع / س = التكلفة الحدية لإنتاج السلعة س / التكلفة الحدية لإنتاج السلعة ع (تدل الإشارة السالبة على العلاقة بين إنتاج السلعتين)

وحيث أن د ع / د س = مقدار التحول الإنتاجى بين السلعتين أى مقدار التضحية من السلعة ع مقابل زيادة السلعة س ، وعلى هذا يمكن أن نستنتج أن معدل التحول الإنتاجى بين السلعتين = النسبة بين تكلفتيهما الحدية أى أن :

$$\frac{د\ ع}{د\ س} = \frac{\text{التكلفة الحدية لإنتاج السلعة س}}{\text{التكلفة الحدية لإنتاج السلعة ع}}$$

وبافتراض أن $م_1$ = سعر الوحدة س ، $م_2$ = سعر السلعة ع يمكن تركيب دالة الربح على الوجه التالى :

الربح الكلى = الإيرادات الكلية – التكاليف الكلية .

= س $م_1$ + ع $م_2$ – س ع

$$\therefore \frac{د\ ر}{د\ س} = م_1 - ع = صفر$$

$$، \frac{د\ ر}{د\ ع} = م_2 - س = صفر$$

ويكـــون الـــربح عـــند نهايته العظمى عندما تكون كل من المشتقتين الجزئيتين مساوية للصفر .

$م_1$ = ع ... (١)

$م_2$ = س ... (٢)

وبقسمة المعادلة (١) على (٢) ينتج أن :

$$\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع}{س}$$

أى أن $\frac{\text{سعر السلعة س}}{\text{سعر السلعة ع}} = \frac{\text{التكلفة الحدية لإنتاج السلعة س}}{\text{التكلفة الحدية لإنتاج السلعة ع}}$

وعلـــيه تكـــون القاعدة التى على أساسها يتم توزيع التكاليف الكلية بين إنتاج السلعتين حتى تستطيع المنشأة أن تحقق أكبر ربح ممكن وهى تساوى معدل التحول بين إنتاج السلعتين مع النسبة بين سعريهما .

مثال (١٠) :

تنتج منشأة ما نوعين من الصلب :

نوع ردئ = س ونوع جيد = ص

والتحول الإنتاجى بينهما تمثله الدالة $ص = \frac{٤٠ - ٥ س}{١٠ - س}$ فإذا علمت أن سعر النوع الردئ قد تحدد بنصف سعر النوع الجيد فالمطلوب مقدار الإنتاج من س الذى يحقق أقصى إيراد كلى ممكن .

الحل :

حيث أن $ص = \frac{٤٠ - ٥}{١٠ - س}$

$\therefore$ معدل التحول $= \frac{ص}{س} = \frac{\text{التكلفة الحدية لإنتاج س}}{\text{التكلفة الحدية لإنتاج ص}}$

$= \frac{٤٠ - ٥ س}{١٠ - س} \div \frac{١}{س} = \frac{٤٠ - ٥ س}{١٠ س - س^{٢}}$

ويتحقق أكبر إيراد كلى ممكن عندما يتساوى معدل التحول بين سعرى السلعتين

$= \frac{٤٠ - ٥ س}{١٠ س - س^{٢}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore ٨٠ - ١٠ س = ١٠ - س^{٢}$

$س^{٢} - ٢٠ س + ٨٠ =$ صفر

$\therefore (س - ١٤,٥)(س - ٥,٥) =$ صفر

$\therefore$ إما أن تساوى ١٤,٥ أو ٥,٥ على وجه التقريب

والسؤال الآن هو : عند أى من القيمتين يكون الإيراد الكلى عند نهايته العظمى وعند أيهما يكون عند نهايته الصغرى ؟

لإيجاد هاتين القيمتين تركب دالة الإيراد الكلى على الصورة التالية :

الإيراد الكلى = ١ س + ٢ ص

ولكى نجعل دالة الإيراد الكلى تجمع بين متغيرين فقط نعوض عن ص بقيمتها حسب التحول الإنتاجى بينها وبين س .

$\therefore س + ٢ \left(\frac{٤٠ - ٥ س}{١٠ - س} \right)$

$$\text{س} + \frac{\text{٨٠} - \text{١٠}}{\text{١٠} - \text{س}}$$

وبتوحيد المقامات ينتج أن :

$$\text{الإيراد الكلى} = \frac{\text{س}\,(\text{١٠} - \text{س}) + \text{٨٠} - \text{١٠ س}}{\text{١٠} - \text{س}}$$

$$= \frac{\text{٨٠} - \text{س}^{\text{٢}}}{\text{١٠} - \text{س}}$$

$$\frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د س}} = \frac{(\text{١٠} - \text{س})(-\text{٢س}) - (\text{٨٠} - \text{س}^{\text{٢}})(-\text{١})}{(\text{١٠} - \text{س})^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{-\text{٢٠ س} + \text{٢س}^{\text{٢}} + \text{٨٠} - \text{س}^{\text{٢}}}{\text{١٠٠} - \text{٢٠س} + \text{س}^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٠ س} + \text{٨٠}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٠ س} + \text{١٠٠}}$$

وبالتعويض عن س قيمة أقل من ٥,٥ أى س = ٥

$$\frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د س}} = \frac{\text{٢٥} - \text{١٠٠} + \text{٨٠}}{\text{٢٥} - \text{١٠٠} + \text{١٠٠}} = \frac{\text{٥}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{١}}{\text{٥}}$$

وبالتعويض عن س بقيمة أكبر من ٥,٥ أى س = ٦

$$\therefore \frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د س}} = \frac{\text{٢٦} - \text{١٢٠} + \text{٨٠}}{\text{٣٦} - \text{١٢٠} + \text{١٠٠}} = \frac{-\text{٤}}{\text{١٦}} = -\frac{\text{١}}{\text{٤}}$$

أى أن مـــيل دالة الإيراد الكلى يتحول من موجب إلى سالب عند القيمة ٥,٥ وهذه صفة النهاية العظمى .

بالتعويض عن س بقيمة أقل من ١٤,٥ أى س = ١٤

$$\therefore \frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د س}} = \frac{\text{١٩٦} - \text{٢٨٠} + \text{٨٠}}{\text{١٩٦} - \text{٢٨٠} + \text{١٠٠}} = \frac{-\text{٤}}{\text{١٦}} = -\frac{\text{١}}{\text{٤}}$$

وبالتعويض عن س بقيمة أكبر من ١٤,٥ أى س = ١٥

$$\therefore \frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د س}} = \frac{\text{٢٢٥ - ٣٠٠+٨٠}}{\text{٢٢٥ - ٣٠٠+١٠٠}} = \frac{\text{٥}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{١}}{\text{٥}}$$

أى أن مـيل دالـة الإيراد الكلى يتحول من سالب إلى موجب عند القيمة ١٤,٥ وهذه صفة النهاية الصغرى .

∴ يمكـن القول بأنه يتحدد بإنتاج السلعة س عند ٥,٥ وحدة وبالتالى يتحقق أكثر إيراد كلى ممكن .

سادساً ": البرمجة الخطية : Linear Programming

لقـد زاد فى السنوات الأخيرة بعد الحرب العالمية الثانية الاهتمام بحل كثير من المشاكل الاقتصادية التى تحتوى على المعادلات والمتباينات وباستعمال هذه المعادلات و المتبايـنات يمكـن عـرض أنواع معينة من المشاكل بسهولة ووضوح وذلك من خلال إسـتخدام أحد الأساليب الرياضية ومنها البرمجة الخطية Linear Programming ونود هنا أن نعطى فكرة بسيطة عن هذا الموضوع ،وخاصة فيما يتصل بنشاط المنشأة.

ولنفـترض أن هناك منشأة معينة ترغب فى تخطيط إنتاجها الشهر القادم وتقوم هذه المنشأة بإنتاج سلعتين يحتاج كل منهما إلى عمليات صناعية داخل ثلاثة أقسام هى السبك والآلات والتشطيب كما هو موضح بالجدول التالى :

المنتج	الوحدة	السبك	الآلات	التشطيب
س	ساعة	٦	٣	٤
ص	ساعة	٦	٦	٢

ولنفترض كذلك أن الطاقة الإنتاجية للأقسام السابقة فى الشهر القادم هى كالآتى :

السبك	٤٢٠	ساعة
الآلات	٣٠٠	ساعة
التشطيب	٢٤٠	ساعة

بهذه المعلومات يمكن عرض العلاقة بين الكمية التى يمكن إنتاجها من كل منتج والطاقة الإنتاجية (التى نعتبرها قيوداً) لكل قسم فى ثلاث متباينات على النحو التالى :

السبك : ٦ س + ٦ ص < ٤٢٠

الآلات : ٣ س + ٦ ص < ٣٠٠

التشطيب : ٤ س + ٢ ص < ٢٤٠

كما تجدر الإشارة إلى أنه من غير المعقول أن تنتج المنشأة كمية سالبة ومعنى ذلك أن لدينا القيود الضمنية التالية :

س > صفر

ص > صفر

وعلـــيه نجـــد أن نظاما معيناً من المتباينات مكوناً من خمسة قيود تالية والتى يجب أن تتحقق فى آن واحد إذا ما رغبنا فى إيجاد حل أمثل :

٦ س + ٦ ص < ٤٢٠

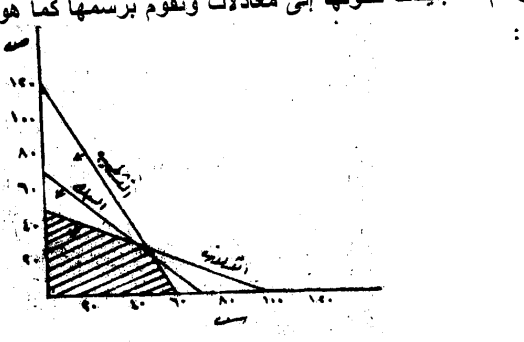
٣ س + ٦ ص < ٣٠٠

٤ س + ٢ ص < ٢٤٠

س > صفر

ص > صفر

ولرسم المتباينات نحولها إلى معادلات ونقوم برسمها كما هو موضح فى الشكل رقم (٩) :



شكل رقم (٩)

فى هذا الشكل نجد أن مجموعة النقط التى تحقق كل من هذه المتباينات تقع فى اتجـــاه السهم الصغير فى نهاية كل خط ، أما النقط التى تحقق المتباينات الخمس فى آن واحـــد فهى عبارة عن الجزء المظلل فى الشكل رقم (٩) . ويشمل الجزء المظلل على التوافـــيق المخـــتلفة من السلعتين س ، ص التى تستطيع المنشآت إنتاجهما فى الشهر

القـــادم دون أن تتجاوز الطاقة الإنتاجية لكل قسم ولكن المنشأة قد ترغب فى إنتاج أكثر مـــا يمكن فى حدود هذه القيود أى قيود الطاقة الإنتاجية لكل قسم . فى هذه الحالة نجد أن المنشـــأة يجــب أن تقوم بإنتاج كمية من س ، ص تقع على الحد الخارجى أو الحد الأقصى لمجموعة الحلول المبينة فى الشكل السابق . ولكن السؤال الذى يواجهنا هو ما هو الحد الخارجى الذى يكون أكثر ربحا فى النهاية ؟

للإجابـــة علـــى هـــذا السؤال يلزمنا معرفة ربحية كل نوع من هاتين السلعتين ولـــنفرض أن المنشأة تربح من كل وحدة من السلعة س ثلاثين جنيها ، وتربح عشرين قرشـــا مـــن كـــل وحـــدة من السلعة ص . وعليه يمكن عرض هذه المعلومات رياضيا بالمعادلة التالية :

ر = ٣ س + ٢ ص

حيث ر تمثل الربح

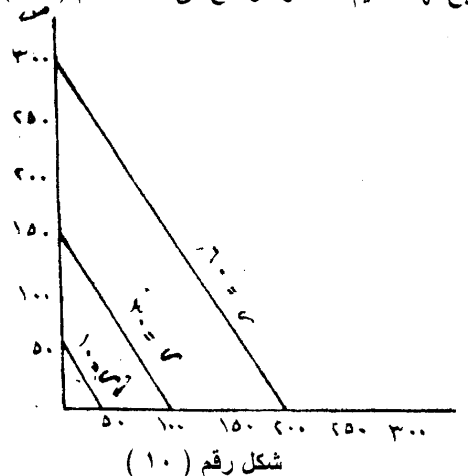
غـــير أن المنشـــأة ترغب فى الحصول على أقصى ربح ممكن . ولمعرفة الحل الذى يحقق هذا الربح نفترض القيم التالية للأرباح حتى نرى سلوك معادلة الربح :

ر = ١٠

ر = ٣٠

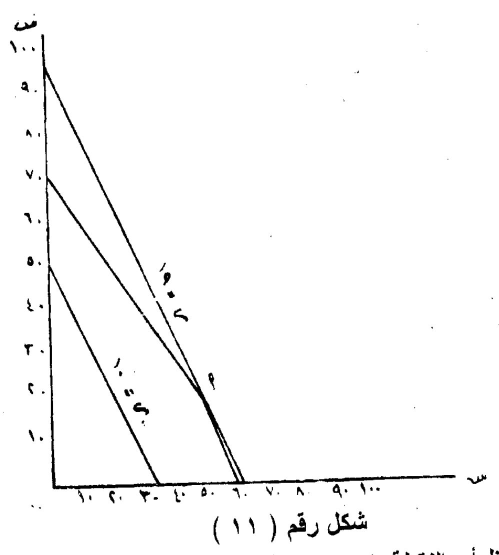
ر = ٦٠

ويمكن رسم معادلة الربح لهذه القيم كما هو موضح فى الشكل رقم (١٠) :



شكل رقم (١٠)

ويتضـــح أنـه كلما زادت قيمة س فإن الخط يبتعد عن نقطة الأصل ، ولكن ميل الخط لا يتغير . وللإجابة على سؤالنا السابق يمكن ضم الشكلان (٩) ، (١٠) مع بعضهما ، وبالـــتالى نســـتطيع إيجاد الحل الأمثل من الشكل رقم (١١) باختيار النقطة على حدود مجموعة الحلول للمتباينات التى تعطى أكبر قيمة للمتغير ر :



شكل رقم (١١)

وفى هذا الشكل نلاحظ أن النقطة التى تحقق أكبر قيمة للمتغير ر أى النقطة التى تحقق أقصـــى ربح ممكن هى التى رمزنا لها بالرمز أ وهى نقطة تقاطع حدود معادلتى السبك والتشـــطيب . ومـــن الطبـــيعى يمكـــن إيجاد قيمتى س ، ص بقراءة قيمتيهما من على المحورين فى الشكل أو بحل المعادلتين الآتيتين :

٦ س + ٦ ص = ٢٤٠ السبك

٤ س + ٢ = ٢٤٠ التشطيب

وبحل هاتين المعادلتين ينتج أن :

س = ٥٠ ، ص = ٢٠

لذلـــك نذكـــر أن هاتين القيمتين تحققان القيود الخمسة السابقة فى الوقت نفسه تعطيان أكبر ربح ممكن .

ونـــود أن نضـــيف هـــنا أن هـــذا المثال يعتبر من الأمثلة السهلة البسيطة فى البرمجة الرياضية Mathematical Programming إلا أن الموضوع يتعقد قليلا عند وجود أكـــثر من متغيرين . وفى هذه الحالة يستلزم الأمر استخدام الحاسب الآلى فى حل هذه المشاكل .

الفصل الخامس
تحليل توازن المنشأة

Analysis of Firm Equilibrium

تمهيد :

تعمـل المنشأة من أجل إشباع طلب معين أو جزء من هذا الطلب ، وبذلك فإنها تكـون مقيدة بمستوى هذا الطلب فى تحديد مستوى إنتاجها وحيث أن الطلب يكون دالة للسـعر فـى غالـب الأحوال ، لذا يتجه اهتمام المنشأة إلى هذا السعر خاصة وأن على أساسه يتحدد ربحها وتوازنها السوقى تبعا لذلك .

والمنشـأة التى تقوم بإنتاج سلعة جديدة تود معرفة السعر الأفضل الذى تبيع به سـلعتها حتى تحصل على أقصى ربح ممكن . ولكى تقوم المنشأة بتحديد السعر الأفضل فلابـد أن تـتوافر لديها بيانات كافية عن الطلب والسعر وعن التكاليف المرتبطة بإنتاج وتسويق السلعة . ولنفترض أن قسم بحوث التسويق الخاص بالمنشأة قام بتقدير الطلب على هذه السلعة عند أسعار البيع المختلفة وذلك على الصورة التالية :

السعر (بالجنيه) س	الطلب (بالوحدة) ص
٥	٧٥
١٠	٥٠
١٥	٢٥
٢٠	صفر

وهذه البيانات السابقة توضح العلاقة بين الطلب المقدر والسعر ، وهى علاقة خطية بين السعر (المتغير المستقل) والكمية المطلوبة (المتغير التابع) .

وعليه فإننا نستطيع على أساس نقطتين فقط من النقط التى قامت المنشأة بتقديرها أن نحدد دالة الطلب باستخدام القانون :

$$\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

ومن هذا القانون نصل الى دالة الدرجة الأولى :

ص = ١٠٠ – ٥ س

وبناء على تقديرات قسم التمويل بالمنشأة ، تم جمع البيانات التالية عن التكاليف :

١) التكاليف الثابتة = ٥٨٠ جنيها

٢) التكلفة المتغيرة للوحدة = ٧ جنيهات

والسؤال الآن هو : ما هو السعر الأفضل الذى يحقق للمنشأة أقصى ربح ممكن ؟

الربح (ر) = أ . ك – ت . ك

أ . ك = الكمية المطلوبة × السعر

= ص × س

= (١٠٠ – ٥ س) س = ١٠٠ س – ٥س^{٢}

ت . ك = ٨٥٠ + ٧ص

= ٨٥٠ + ٧ (١٠٠ – ٥ س)

= ٨٥٠ + ٧٠٠ – ٣٥ س

∴ ر = (١٠٠ س – ٥س^{٢}) – (٨٥٠ + ٧٠٠ – ٣٥ س)

= ١٠٠س – ٥ س$_{٢}$ – ٨٥٠ – ٧٠٠ +٣٥ س

= – ٥ س^{٢} + ١٣٥ س – ١٥٥٠

ويصل الربح إلى نهايته العظمى عندما يكون ميل الدالة الخاصة به = صفر

∴ $\frac{د ر}{د س}$ = – ١٠ س + ١٣٥ = صفر

∴ – ١٠ س = – ١٣٥

∴ س = ١٣,٥ جنيه

وهذا هو السعر الأفضل الذى يحقق أقصى ربح ممكن للمنشأة .

وهناك طريقة ثانية لتحديد السعر الأفضل للمنشأة وهى أنه عند تعادل التكلفة الحدية مع الإيراد الحدى تحصل المنشأة على أكبر ربح ممكن :

ت . ح = - ٣٥

أ. ح = ١٠٠ - ١٠ س

ت . ح = أ . ح

- ٣٥ = ١٠٠ - ١٠ س

.: - ١٣٥ = - ١٠ س

.: س = ١٣,٥ جنيه

ويقدم Robert S. Weinberg معادلة عامة يمكن استخدامها لتحديد السعر الأفضل للمنشأة الذى يحقق أقصى ربح ممكن . ويمكن تطبيق هذه المعادلة فى حالة وجود علاقة خطية للطلب وعلاقة خطية للتكلفة . وتكتب هذه المعادلة على النحو التالى :

$$س_. = \frac{ت . غ_١}{٢} - \frac{أ}{٢ \times ب}$$

حيث $س_.$ = سعر البيع الأفضل

$ت . غ_١$ = التكلفة المتغيرة للوحدة .

أ = قيمة ص عندما تكون س = صفر أو الجزء الذى يقطعه خط الاتجاه العام من المحور الصادى .

ب = ميل علاقة الطلب

وتوضح هذه المعادلة أن السعر الأفضل للمنتج الجديد هو دالة لثلاث متغيرات . التكاليف المتغيرة والجزء الذى يقطعه خط الاتجاه العام من المحور الصادى وميل علاقة الطلب .

وعند تطبيق هذه المعادلة الأخيرة نجد أن السعر الأفضل هو ١٣,٥ جنيه وذلك من واقع البيانات التالية :

التكلفة المتغيرة للوحدة ($ت . غ_١$) = ٧ جنيهات .

أ = ١٠٠

ب = - ٥

$$\therefore س = \frac{٧}{٢} - \frac{١٠٠}{٢ \times ٥-} = \frac{٧}{٢} - \frac{١٠٠}{١٠-}$$

= ٣,٥ + ١٠ = ١٣,٥ جنيه

ولكـــن هذا النموذج الرياضى السابق يمكن انتقاده وذلك بسبب الافتراضات التى يبنى على أساسها . فهو يفترض أن هدف المنشأة هو الحصول على أقصى ربح ممكن مـــن بيع المنتج . غير أن هناك أهداف أخرى لا تقل أهمية عن هدف الربح تسعى إلى تحقـــيقها المنشأة . وهناك افتراض آخر وهو أن المنشأة قادرة على جمع بيانات دقيقة بالنســـبة للطلـــب على المنتج الجديد عند أسعار مختلفة ، هذا بالإضافة إلى أن المنشأة تســـتطيع القـــيام بـــتقدير التكاليف تقديراً دقيقاً . وهذه الافتراضات من شأنها أن تبسط بدرجـــة كبـــيرة مشاكل تقدير الطلب والتكاليف . كذلك فإن هناك نموذج يفترض وجود علاقـــة خطـــية بين السعر والطلب ، وبين التكلفة وحجم الإنتاج ، وهذا أيضا يمكن أن يكون غير واقعى .

والســـعر الذى يمكن أن تبيع به المنشأة إنتاجها يتوقف على نوع السوق الذى تعمـــل فـــيه. فإذا كانت السوق تسودها المنافسة الكاملة ، فإن السعر يتحدد وفقا للطلب الكلى والعرض الكلى . ويصبح السعر بعد أن يتحدد أمراً واقعاً على كل منشأة أن تكيف إنـــتاجها وفقـــا له إذ أنها لا تستطيع التأثير عليه بأى تغيير فى إنتاجها . ويترتب على ثـــبات السعر الذى تبيع به المنشأة الواحدة فى سوق تسوده المنافسة الكاملة أن يكون الطلـــب علـــى إنتاجها كامل المرونة أولا نهائي المرونة . أما إذا كانت المنشأة تحتكر وحدها إنتاج سلعة معينة فإن عرضها يكون هو نفسه العرض الكلى فى السوق ، ولذلك فإن أن تغيير فى إنتاج المنشأة يؤدى إلى تغيير العرض الكلى فيتغير السعر تبعاً لذلك ، أى أن الســـعر الـــذى تبيع به المنشأة فى هذه الحالة لا يكون عند مستوى ثابت . كذلك الحـــال إذا كانت المنشأة تعمل فى سوق تسودها المنافسة الاحتكارية ، فإن السعر يكون متغـــيرا وليس ثابتا حيث أنه بالرغم من تعدد المنتجين لسلعة ما فى السوق إلا أن كل منتج يميز الصنف الذى ينتجه عن الآخرين وبذلك يكون لكل منتج سوق خاصة بالصنف الذى ينتجه ويكون العرض الكلى فى هذه السوق هو ما يعرضه هو فقط .

وهكــذا تخــتلف ظــروف المنشــآت المختلفة من حيث أنواع الهياكل السوقية والمقصود بالهياكل السوقية الظروف التى تحكم الأسواق التى تبيع فيها المنشأة ناتجها . والمعــروف أن أحــوال الإنتاج ذاتها وبصفة خاصة مدى اعتماد تكاليف الإنتاج على حجــم الإنتاج - لا تختلف بين منشأة وأخرى اختلافا كبيراً . فالقواعد العامة التى تحكم تكلفــة المنشــآت مهمــا اختلف نشاطها هى بالتقريب واحدة . غير أن ظروف البيع قد تخــتلف اخــتلافاً عظيماً ويمكن أن نقول أن بعض المنشآت تنتج فى ظروف المنافسة الكاملــة ، كما يمكن أن تنتج بعض المنشآت تحت ظروف الاحتكار الكامل . كذلك توجد منشــآت تنتج تحت درجات متفاوتة من المنافسة والاحتكار ، يتخذ كل منها اسما معينا يعكــس الظــروف الســائدة فــى السوق ويؤثر على طريقة التوازن ذاتها التى يحللها الاقتصــاديون ، أى يؤثــر على كيفية الوصول إلى الكميات المنتجة وأسعار البيع ، كما يؤثر على مستويات هذه الكميات والأسعار

أولاً : التوازن في ظل المنافسة الكاملة :

Equilibrium under perfect competition

يتحقق وجود المنافسة الكاملة إذا توافرت الشروط التالية :

١- وجــود عــدد كبــير من البائعين والمشترين يتمتع كل منهم بنصيب صغير فى السوق ، ولا يستطيع أى واحد منهم أن يكون له تأثير على الأسعار .

٢- حرية الدخول والخروج من الصناعة .

٣- تجــانس المنــتجات بحيث يكون ما يقدمه بائع واحد من سلعة معينة متماثل مع ما يقدمه البائعون الآخرون .

٤- المعرفة التامة بشروط وظروف البيع من جانب البائعين والمشترين .

٥- جميع عوامل الإنتاج موظفة توظيفاً كاملاً .

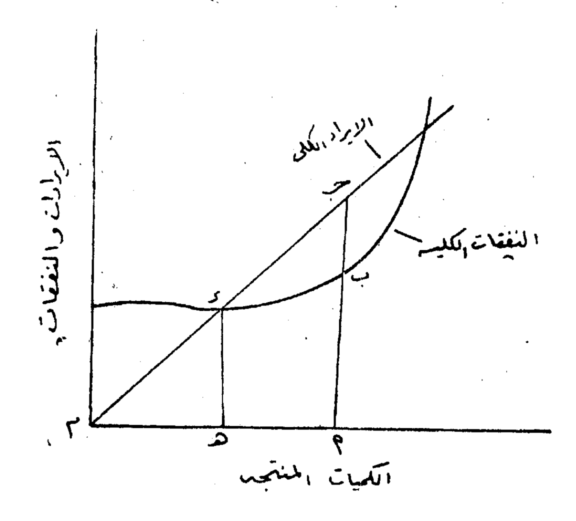
وفــى ظل هذه الشروط فإن المنشأة ليس لديها حاجة إلى إتباع سياسة سعرية فهى تبــيع عــند سعر لا تستطيع التحكم فيه . ويقوم السوق بتحديد السعر عندما تتعادل الكمــيات الــتى يرغــب البائعون فى بيعها مع الكميات التى يرغب المشترون فى شرائها . وبالتالى فإن الطلب على السلعة لأى منشأة فى ظل المنافسة الكاملة يكون

كامل المرونة أو لانهائى المرونة ، بمعنى أنه إذا ارتفعت المنشأة سعر منتجها فوق سعر السوق ، فإن الطلب ينخفض إلى الصفر ، بينما تستطيع أن تبيع أى كمية من المنـــتج عند السعر المحدد فى السوق وهذه العوامل تؤدى إلى وجود منحنى الطلب أفقى تماماً . ويكون منحنى الطلب هو نفسه منحنى الإيراد الحدى وتصبح القرارات الـــتى تتخذها المنشأة هى ما إذا كانت تبيع عند سعر السوق وما مقدار الكمية التى تنـــتجها . والمنشأة تسعى للحصول على أقصى ربح ممكن عن طريق إنتاج الكمية التى عندها تكون التكاليف الحدية معادلة للإيراد الحدى أو السعر .

وتتضح هذه الحقيقة إذا رسمنا منحنى النفقات الكلية وخط الإيراد الكلى فى رسم بيانى واحد ، حيث يتضح من الرسم أن الفراغ بين المنحنيين (الربح الكلى) يصل إلـــى أقصاه عندما يكون مماس منحنى النفقات الكلية موازياً لخط الإيراد الكلى أى عندما يكون ميل منحنى النفقة الكلية = ميل خط الإيراد الكلى وحيث أن ميل منحنى النفقة الكلية $\frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د الكمية}}$ = النفقة الحدية .

وأن ميل خط الإيراد الكلى $\frac{\text{د النفقة الكلية}}{\text{د الكمية}}$ = الإيراد الحدى .

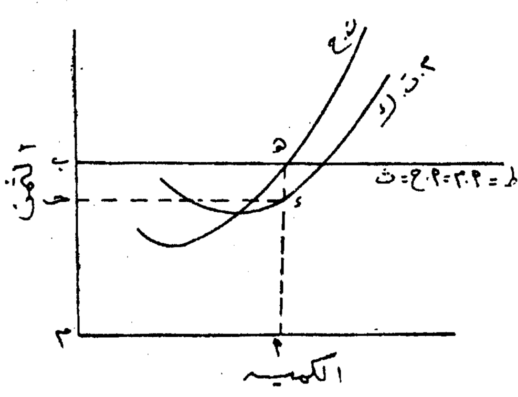
:. يـــتحقق أقصـــى ربـــح ممكن عند حجم الإنتاج م١ وعنده يتساوى الإيراد الحدى والـــنفقة الحديـــة وحيث أن الإيراد الحدى = السعر فى سوق المنافسة الكاملة إذن يـــتحقق توازن المنشأة فى هذه السوق عندما تكون النفقة الحدية = السعر . بمعنى أن المنشـــأة تستطيع أن تتوسع فى إنتاجها طالما أن السعر الذى تبيع به أعلى من النفقة الحدية وتتوقف المنشأة عن توسعها عندما يتعادل السعر والنفقة الحدية حيث أنه بعد ذلك تصبح النفقة الحدية أعلى من السعر بمعنى أن كل وحدة إضافية بعد حد التوازن تكلف المنشأة تكلفة تفوق السعر الذى سوف تباع به .



شكل رقم (١)

ويتضح الشكل البيانى رقم (١) ، أن الإيراد الكلى للمنشأة فى المنافسة الكاملة يكـــون فـــى شكل خط مستقيم صاعد نحو اليمين وذلك بسبب ثبات السعر الذى تبيع به المنشـــأة إنتاجها . ويصل الربح الكلى عند أقصى حد ممكن فى هذا الشكل ويمثله الخط جـ ب . وتسمى النقطة د بنقطة التحول حيث قبلها يكون الإيراد الكلى أقل من النفقات الكلـــية وبذلك تخسر المنشأة، وبعدها يصبح الإيراد الكلى اكبر من النفقات الكلية وبذلك تـــربح المنشأة . وتكون مشكلة المنشأة هى العمل على أن تتخطى هذه النقطة أى تصل بإنتاجها إلى مستوى يفوق المستوى الذى تمثله هذه النقطة أى يفوق المستوى م هـ .

وفى الأجل القصير قد تحصل المنشأة على أقصى قدر من الأرباح كما فى الشكل رقم (٢) عن طريق إنتاج الكمية م أ ويكون سعر كل منتج م ب . وهنا فالمنشأة تحصل علـــى أرباح غير عادية وهى الأرباح التى تزيد عن سعر الخدمات الشخصية للمنظم فى الســـوق مضـــافاً إليها معدل الفائدة على رأس المال الذى يستثمره . وهذه الأرباح غير العاديـــة يمثلها المستطيل جـ د هـ ب . وهى تمثل الفرق بين السعر ومتوسط التكلفة الكلية كما يتضح من الشكل رقم (٢)



شكل رقم (٢) المنافسة الكاملة - الفترة القصيرة

غـــير أن المنشـــأة قد تصاب بخسارة فى الأجل القصير وذلك عندما تكون نفقاتها الكلية أعلى من إيرادتها الكلية . وتكون مشكلة المنشأة فى هذه الفترة القصيرة هى فى تحديد إنـــتاجها عند المستوى الذى تقل عنده الخسارة إلى أقل حد ممكن ، ويتحقق ذلك عندما تتساوى نفقاتها الحدية مع إيرادها الحدى ويتضح ذلك من التالى :

الخسارة = النفقات الكلية - الإيراد الكلى .

$$\therefore \frac{\text{د الخسارة}}{\text{د الكمية}} = \frac{\text{د النفقات الكلية}}{\text{د الكمية}} - \frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د الكمية}}$$

وتكون الخسارة عند حدها الأدنى عندما يكون ميل دالة الخسارة أفقياً أى = صفر

$$\therefore \frac{\text{د الخسارة}}{\text{د الكمية}} = \text{صفر}$$

$$\therefore \frac{\text{د النفقات الكلية}}{\text{د الكمية}} = \frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د الكمية}}$$

∴ النفقة الحدية = الإيراد الحدى = السعر فى حالة المنافسة الكاملة .

والســـؤال الآن هـــو : لمـــاذا تتوقف المنشأة عن الإنتاج طالما أنها تخسر فى الفترة القصيرة ؟ نحن نعرف من دراستنا الاقتصادية الأولى أن هناك أنواع مختلفة مـــن التكالـــيف . فالـــتكلفة الثابـــتة تتحملها المنشآت سواء توقفت عن الإنتاج أو اســـتمرت فيه . أما التكلفة المتغيرة فهى التى تتحملها المنشأة بسبب الإنتاج بمعنى

أن المنشــأة لا تــتحمل شــيئاً من هذه التكاليف إذا قررت التوقف عن الإنتاج وتبدأ فى تحملهــا عــندما تقــرر الاســتمرار فــى الإنتاج . وعلى هذا الأساس تستطيع المنشأة الاستمرار فى الإنتاج إذا كان السعر الذى تبيع به يغطى متوسط التكاليف المتغيرة وهى بذلك تخسر فقط التكاليف الثابتة وهى مضطرة إلى تحملها حتى ولو توقفت عن الإنتاج . أما إذا كان السعر يغطى التكاليف المتغيرة وجزء من التكاليف الثابتة فإن المنشأة تخسر فى هذه الحالة أقل من خسارة الوقوف عن الإنتاج . أما إذا كان السعر أقل من مستوى متوســط الــتكلفة المتغيرة ، فإن المنشأة فى هذه الحالة سوف تضطر إلى التوقف عن الإنتاج حيث يؤدى استمرارها فى الإنتاج إلى خسارة التكاليف الثابتة وجزء من التكاليف المتغــيرة . لذلــك يمكن القول بأن المنشأة تستمر فى الإنتاج فى الفترة القصيرة عندما يغطــى السعر التكلفة المتغيرة فقط على أمل أن تتغير الظروف فى الفترة الطويلة وبذلك يتلاشــى خســارتها حيث أنه من غير المعقول أن تستمر المنشأة فى تحمل خسارة فى الأجل الطويل إذ أنها بذلك تكون منشأة غير رشيدة وبشكل عام يمكن القول بأن المنشأة فى ظل المنافسة الكاملة لا يمكن أن تستمر فى إنتاجها إلا إذا كان السعر أكبر أو يساوى أدنــى متوســط التكالــيف المتغيرة حيث أنه إذا كان أقل من ذلك ، فإن هذا يعنى أنه لا يغطى التكاليف المتغيرة ، وبذلك تضطر المنشأة إلى التوقف عن الإنتاج .

مثال (١) :

إذا كانت دالة التكاليف الكلية لمنشأة ما تعمل فى سوق تسودها المنافسة الكاملة هى :

ت . ك = $س^{٣}$ − $٤س^{٢}$ + ٨ س + ٤

حيث س : تمثل حجم الإنتاج . أوجد دالة عرض هذه المنشأة فى الفترة القصيرة .

الحل :

التكاليف المتغيرة = $س^{٣}$ − ٤ $س^{٢}$ +٨ س

متوسط التكاليف المتغيرة = $س^{٢}$ − ٤ س + ٨

وتكون التكاليف المتغيرة عند نهايتها عندما يكون ميل دالتها = صفر .

∴ ٢ س − ٤ = صفر

∴ س = ٢

وبالتعويض عن قيمة س بما تساويه

∴ متوسط التكاليف المتغيرة = ٢ × ٢ – ٤ × ٢ + ٨

= ٤ – ٨ + ٨ = ٤

وبذلك يكون أقل سعر يمكن أن تعرض بها المنشأة إنتاجها = ٤ وحدات نقدية .

وحيث أن إنتاج المنشأة يتحدد عندما يتساوى الإيراد الحدى والنفقة الحدية .

∴ النفقة الحدية = ٣ س^{٢} – ٨ س + ٨

والتوازن فى حالة المنافسة الكاملة يكون عندما:

النفقة الحدية = السعر

∴ ٣ س^{٢} – ٨ س = ع

∴ ٣س^{٢} – ٨ س + (٨ – ع) = صفر

وحيث أن هذه المعادلة تكون فى صورة دالة الدرجة الثانية :

أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر

مثال (٢) :

علـــى فرض أن السعر فى السوق = ٣ اثبت أن خسارة المنشأة السابقة تفوق نفقاتها الثابتة .

الحل :

تتوازن المنشأة عندما تتساوى النفقة الحدية مع السعر .

∴ ٣ س^{٢} – ٨س + ٨ = ٣

∴ ٣ س^{٢} – ٨ + ٥ = صفر

∴ (٣ س – ٥) (س – ١) = صفر

∴ س = ١ أو ١ ٢/٣

يتضـــح مـــن ذلك أن السعر = النفقة الحدية عند إنتاج وحدة واحدة وكذلك عند إنتاج ١ وحدة ، أى أن منحنى النفقة الحدية يقطع حد السعر فى نقطتين .

وحيـــث أن منحنى النفقة الحدية يكون أولاً هابطا ثم صاعدا لذلك فإنه عند الكمية وحـــدة واحدة يكون منحنى النفقة الحدية لا يزال يظهر هبوطا أى أن الزيادة فى الإنتاج تجعل النفقة الحدية أقل من السعر .

بينما نجد أنه عند الكمية ١,٣ يكون منحنى النفقة الحدية صاعداً وبذلك يؤدى الاستمرار فى الإنتاج بعد ١,٣ وحدة إلى أن تكون النفقة الحدية أعلى من السعر .

ولكى نتحقق من ذلك نوجد ميل منحنى النفقة الحدية

$$\frac{\text{د النفقة الحدية}}{\text{د الكمية}} = ٦\ \text{س} - ٨$$

وبالتعويض بالقيمة وحدة واحدة = ٦ − ٨ = −٢

أى أن، الميل يكون سالباً ويعنى ذلك أن منحنى النفقة الحدية عند انتاج وحدة واحدة يكون هابطاً .

وبالتعويض بالقيمة $١\frac{٢}{٣}$ وحدة = $\frac{٦ \times ٥}{٣}$ − ٨ = ١٠ − ٨ = ٢

أى أن الميل يكون موجباً ويعنى ذلك أن منحنى النفقة الحدية عند الكمية $١\frac{٢}{٣}$ يكون صاعداً .

وبذلك يتحدد التوازن عند إنتاج $١\frac{٢}{٣}$ وحدة

الإيراد الكلى عند السعر ٣ = ٣ × $١\frac{٢}{٣}$ = ٣ × $\frac{٥}{٣}$ = ٥

النفقات الكلية عند إنتاج $١\frac{٢}{٣}$ وحدة = $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣} - ٤ \times \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢} + ٨ \times \frac{٥}{٣} + ٤$

$$= \frac{١٢٥}{٢٧} - \frac{١٠٠}{٩} + \frac{٤٠}{٣} + ٤ = ١٠\frac{٢٣}{٢٧}$$

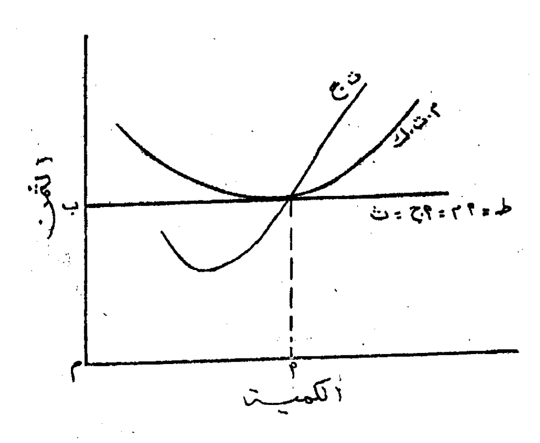
وبذلك قد تكون خسارة المنشأة $١٠\frac{٢٣}{٢٧} - ٥ = ٥\frac{٢٣}{٢٧}$

هى تزيد عن النفقات الثابتة (٤) ، وهذا ما يدعونا إلى القول بأن المنشأة في هذه الحالة لابد أن تتوقف عن الإنتاج لأنها بذلك تجعل خسارتها = ٤ فقط أى أقل من خسارتها $١٠\frac{٢٣}{٢٧}$ إذا استمرت في الإنتاج وذلك تطبقاً للمفهوم العام للتوازن وهو تقليل الخسارة إلى أدنى حد ممكن .

أما في الأجل الطويل فأن المنشأة تستطيع أن تغير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الانتاجية ، وبذلك تصبح جميع التكاليف نوعاً واحداً وهى التكاليف المتغيرة . وعلية فأن المنشأة لايمكن أن تبقى في الصناعة خلال الفترة

الطويلة ألا إذا كان السعر يغطى تكلفتها المتوسطة ، بمعنى أن أى السعر يقل عن أدنى تكلفــة متوسطة سوف يدفع المنشأة إلى التوقف عن الإنتاج وفي الفترة الطويلة تختفى الأربــاح غــير العادية ولاوجود لخسائر تتعرض لها المنشآت . ففى هذا الأجل تجذب الأربــاح الاســتثنائية منشــآت أخــرى للدخول في الصناعة وتقوم المنشآت الموجودة بالتوسع في الإنتاج وهذا يؤدى إلى حدوث ضغط على الأسعار للاتجاه نحو الانخفاض . كمــا أن المنشــآت التى تتعرض للخسارة سوف تترك هذه الصناعة في الأمد الطويل . ويلاحظ أن القاعدة التى تسترشد بها المنشآت في إنتاجها خلال الأجل الطويل هى نفس القــاعدة الــتى تسترشــد بها خلال الأجل القصير مع الآخذ في الحسبان أنه في الأجل القصير تكون بعض التكاليف ثابتة والبعض الآخر متغير ، بينما في الأجل الطويل تكون جميع التكاليف متغيرة .

والشكل رقم (٣) يصور نموذجاً للتوازن في الفترة الطويلة لمؤسسات فردية :



شكل (٣) المنافسة الكاملة – الفترة الطويلة

وتصل الصناعة في مجموعها إلى التوازن وذلك عند وصول الإنتاج في المنشآت خلال الأجل الطويل إلى المستوى الذى تتحقق عنده الأرباح العادية فقط ، وبذلك لا يكون هناك ما يغرى أى منشأة جديدة على الدخول إلى الصناعة . فمن كان في داخلها فهو يحصل علــى أرباحــه العادية ، ومن كان خارج الصناعة فهو لا يتنبأ بحصوله على الأرباح العادية لو انتظم في سلكها على أن ذلك لايعنى أن جميع المنشآت بلا استثناء تصل إلى

هــذا المستوى وإنما غالبيتها فقط حيث أن بعض المنشآت تحقق أرباحاً فوق العادية إذا واتــاهم الحــظ فحصــلوا على منظمين أكفأ من المنظمين الآخرين . وقد تحصل بعض المنشــآت على العمال الأكثر كفاية إذا قورنت أجورهم بمقدرتهم وبقوة إنتاجهم وبالتالى فــإن بعــض المنشــآت الــتى تتمكن من استخدام الأكفأ دائماً تحصل على ميزة نسبية تساعدها على جنى أرباح أكثر في النهاية من المنشآت التى تستخدم العوامل الأقل كفاية ، وبذلــك تحقــق أرباحــا استثنائية تكون في الواقع شبه ريع لهذه المزايا . فإذا كانت المنشــأة تمتلك الأرض المقامة عليها فإنها تتمتع بهذا الفائض ، أما إذا كان الأمر غير ذلك فإن أصحاب هذه الأرض سوف يطالبون برفع الإيجار ، الأمر الذى يؤدى إلى انتقال الفائض إليهم .

مثال (٣) :

يقوم بإنتاج سلعة ما ١٠٠ منشأة ، دالة النفقات الكلية لكل منها :

ت . ك =٠,٥ س^{٢} حيث : تمثل حجم الإنتاج .

فإذا كانت تكلفة نقل الوحدة من السلعة إلى السوق بالنسبة لخمسين منشأة منها هى ٦ قروش ، ١٠ قروش بالنسبة للخمسين منشأة الأخرى .

فأوجد :

١-سعر التوازن على أساس أن الطلب الكلى = ١٦٠٠ – ٢٠ع

٢-ربح كل منشأة من الفريقين .

الحل :

التكلفة الكلية للمنشأة من النوع الأول = ٠,٥ س^{٢} + ٦ س

التكلفة الكلية للمؤسسة من النوع الثانى = ٠,٥ س^{٢} + ١٠ س تتوازن المنشأة في حالة المنافسة الكاملة عندما تتعادل نفقتها الحدية مع السعر .

∴ النفقة الحدية للمنشأة من النوع الأول = س + ٦

النفقة الحدية للمنشأة من النوع الثانى = س + ١٠

يتحدد عرض المنشأة من النوع الأول عندما :

س + ٦ = ع أى س = ع – ٦

يتحدد عرض الخمسين منشأة من النوع الأول ٥٠ (ع – ٦) = ٥٠ ع – ٣٠٠

يتحدد عرض المنشأة من النوع الثانى عندما

س + ١٠ = ع   أى س = ع -١٠

يتحدد عرض الخمسين منشأة من النوع الثانى = ٥٠ (ع - ١٠) =٥٠ ع - ٣٠٠

∴ العرض الكلى = (٥٠ ع - ٣٠٠) + (٥٠ ع - ٥٠٠) = ١٠ ع - ٨٠٠

يتوازن السوق عندما يتساوى العرض الكلى مع الطلب الكلى .

∴ ١٠٠ ع - ٨٠٠ = ١٦٠٠ - ٢٠ ع

١٢٠ ع = ٢٤٠٠

∴ ع = ٢٠ قرشاً

أى أن السـوق تـتوازن عـندما يكون مستوى السعر = ٢٠ قرشاً وبذلك يكون عرض كل منشأة من النوع الأول = ع - ٦ = ٢٠ - ٦ = ١٤ وحدة

ويكون عرض كل منشأة من النوع الثانى = ع - ١٠ = ٢٠ - ١٠ = ١٠ وحدات

التكلفة المتوسطة للمنشأة من النوع الأول = $\frac{٠,٥ س^{٢} + ٦ س}{س}$

= ٠,٥ س + ٦ = ٠,٥ × ١٤ + ٦ = ١٣ قرشاً

ربح المنشأة الواحدة من النوع الأول = ٢٠ - ١٣ = ٧ قروش

مجموع ربح المنشأة من النوع ٧ × ١٤= ٩٨ قرشاً

التكلفة المتوسطة للمنشأة من النوع الثانى = $\frac{٠,٥ س^{٢} + ١٠ س}{س}$

٠,٥ س + ١٠ = ٠,٥ × ١٠ + ١٠ = ١٥ قرشاً

ربح المنشأة الواحدة من النوع الثانى = ٢٠ - ١٥ = ٥ قروش

إجمالى ربح المنشأة من النوع الثانى = ٥ × ١٠ = ٥٠ قرشاً

ثانياً التوازن في ظل الاحتكار :

Equilirium under Monopoly

يتحقق الاحتكار الخالص اذا توفرت الشروط التالية :

١- منشأة واحدة تقوم بالإنتاج

٢- إنتاج سلع ليس لها بديلات فعالة في السوق

٣- عدم إمكانية دخول منشآت جديدة إلى السوق

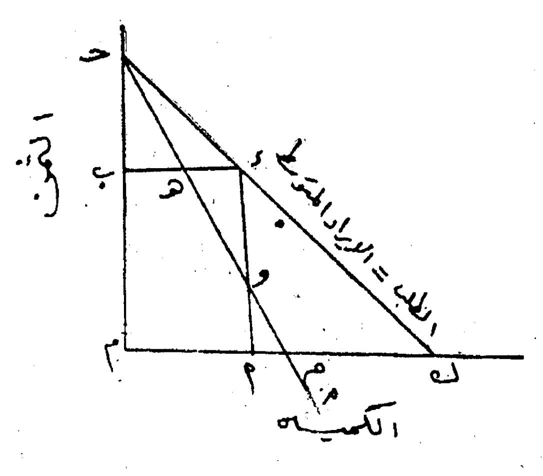
أى أن المنشـــأة المحتكرة تبيع السلعة في السوق دون أن يكون لتلك السلعة بديل جـيد ممـــا يســمح لهـــا أن تكون مسيطرة على السوق . في هذه الحالة لاتوجد سلع مشـــابهه تؤثـــر أسعارها أو مبيعاتها على سعر السلعة المحتكرة أو مبيعاتها ، ويطمئن المحـــتكر إلى أن قراراته أو فعالة لن تثير ثائرة بعض المنشآت في صناعات أخرى . وهكـــذا يصبح المحتكر هو المنتج الوحيد في الصناعة . فالمنشأة والصناعة هما نفس الشيء .

والفارق الأساسى بين المنشأة التى تعمل في ظل المنافسة الكاملة وبين المحتكر ، ينحصـــر فـــي ناحية البيع . فالمنشأة في حالة المنافسة الكاملة تستطيع أن تبيع كل ما تريد بالسعر السائد في السوق ولذا يتساوى الإيراد الحدى مع السعر . أما المحتكر فإنه يواجـــه منحنى الطلب على سلعته ، فإذا عرض وحدات أكثر قل السعر . وتوضيحاً لذلك نأخذ الجدول التالى الذى يوضح العلاقة بين الإيراد الحدى والسعر .

السعر بالجنيهات(الإيراد المتوسط)	الكمية بالوحدة	الإيراد الحدى	الإيراد الكلى
١٠	١	١٠	١٠
٩	٢	١٨	٨
٨	٣	٢٤	٦
٧	٤	٢٨	٤
٦	٥	٣٠	٢
٥	٦	٣٠	٠
٤	٧	٢٨	٢-

فـــالعمودان الخاصـــان بالسعر والكمية يحددان أحوال منحنى الطلب الذى يواجه المحـــتكر والعمـــود الثالـــث عبارة عن حاصل ضرب العمود الأول في الثانى أما الإيراد الحـــدى فـــي العمود الرابع هو الإضافات التى تضاف إلى الإيراد الكلى نتيجة البيع كل واحـــدة متتالـــية من وحدات الناتج . ومن الجدول يتضح لنا أن الإيراد الحدى يقل عن مســـتوى السعر الذى يقع أمامه ، كما يلاحظ أن الإيراد الحدى ينخفض بدرجة أكبر من درجـــة انخفـــاض السعر ففي الجدول السابق نجد أنه كلما انخفض السعر بمقدار جنية واحـــد ، ينخفض الإيراد الحدى بمقدار جنيهين في نفس الوقت ويلاحظ كذلك أنه عندما يكون الطلب مرناً (عند الأسعار فوق الخمسة جنيهات) فأن الإيراد الحدى يكون موجباً

. وعندما تكون مرونة الطلب = الوحدة (عند السعر ٥ جنيهات) . فإن الإيراد الحدى = صفر . أما إذا كان الطلب غير مرن ، فان الإيراد الحدى يكون سالباً .
وإذا أننا عبرنا عن هذه الأرقام بالرسم البيانى لحصلنا على الشكل رقم (٤) :



شكل رقم (٤)

في الشكل سالف الذكر ، نجد أن منحنى الطلب الذى يواجه المحتكر يختلف عن منحنى الطلب في حالة المنافسة الكاملة . ففي حالة المنافسة لاينتج المنتج إلا جزأ ضئيلاً من الإنتاج الكلى ، في حين أن منحنى طلب المحتكر يمثل منحنى طلب السوق وينحدر من أعلى إلى اسفل جهة اليمين . والسبب في هذا الانحدار أن المحتكر لا يستطيع أن يتحكم في كل من الكمية والسعر معاً فهو أما يحدد السعر فتتحدد الكمية تبعاً لهذا السعر ،أو أن يحدد الكمية فيتحدد السعر نتيجة تحديد الكمية . ويقع منحنى الإيراد الحدى دائماً على يسار منحنى الطلب سواء كان خطأ مستقيماً أو منحنياً بالفعل . وبمعنى أخر فإن الإيراد الحدى لأى كمية هو دائماً أقل من سعرها . ويكون ميل الإيراد الحدى مساوياً لضعف ميل الإيراد المتوسط . ويمكن إثبات ذلك هندسيا على النحو التالى :

الإيراد الحدى للكمية م أ = أ و

السعر (الإيراد المتوسط) = أ و

∴ الإيراد الكلى للكمية م أ = م أ × أ ء

= مساحة المستطيل م أ ء ب

الإيراد الكلى = مجموع الإيرادات الحدية

∴ الإيراد الكلى = المساحة الواقعة اسفل منحنى الإيراد الحدى

= المساحة ح هـ و أ م

∴ م ا ء ب = ح هـ و أ م

ونظرا لأن المساحة م ب هـ و أ مشتركة .

فان طرح المساحة المشتركة يترتب علية أن الباقى = الباقى

<u>اى أن</u>

Δ ء و هـ = Δ ج ب هـ

وبالنظر إلى هذين المثلثين يتضح أن :

< ء هـ و =< ح هـ ب بالتقابل بالرأس

، < هـ ء و = < هـ ب ح لأن كل منهما قائمة

، < ءوهـ = < ب حـ هـ بالتبادل

∴ المثلثان متساويان من حيث الزوايا

∴ ء هـ = ب هـ

اى أن نقطة هـ تقع فى منتصف المسافة ء ب

وبما أن نقطة هـ واقعة على منحنى الإيراد الحدى

∴ نخلـص مـن ذلـك أنة إذا كان الإيراد المتوسط خطا مستقيما ، فان الإيراد الحدى يكون أيضا خطا مستقيما ، وينصف المسافة الواقعة بين منحنى الإيراد المتوسط (منحنى الطلب) والمحور الرأسى.

ويمكن تصوير العلاقة بين الإيراد الحدى والسعر والمرونة على النحو التالى:

الإيراد الكلى = السعر × الكمية المنتجة

= س × ك

<u>وبتفاضل الدالة تفاضلا كليا بالنسبة للكمية ينتج أن :</u>

$$\frac{\text{د الإيراد الكلى}}{\text{د الكمية}} = \text{س} \times \frac{\text{د ك}}{\text{د ك}} + \text{ك} \times \frac{\text{د س}}{\text{د ك}}$$

$$= \text{س} + \text{ك} \; \frac{\text{د س}}{\text{د ك}}$$

$$= \text{س} \left(١ + \frac{\text{د ك}}{\text{س}} \times \frac{\text{د س}}{\text{د ك}} \right)$$

وحيث أن $\frac{\text{ك . د س}}{\text{س . د ك}} = \frac{١}{\text{م ط}}$ حيث م ط = معامل مرونة الطلب السعرية

$$\therefore \text{أ.ح} = \text{س} \left(١ + \frac{١}{\text{م ط}} \right)$$

وبمـــا أن مـــرونة الطلب تكون فى العادة رقما سالبا ، لذلك توضع العلاقة السابقة فى الشكل التالى:

$$\text{أ.ح} = \text{س} \left(١ - \frac{١}{\text{م ط}} \right)$$

$$= \text{س} - \frac{\text{س}}{\text{م ط}}$$

وهـــذه المعادلة توضح أن الإيراد الحدى يعادل السعر ناقصا السعر منسوبا على معامل مرونة النقطة عند السعر موضع البحث فإذا فرضنا أن المرونة = ٢

فان الإيراد الحدى $= \text{س} - \frac{\text{س}}{٢} = \frac{١}{٢} \text{س}$

أما إذا كانت المرونة = الواحد الصحيح فان المعادلة تقول أن الإيراد الحدى = صفر .
ويمكن استنتاج المعادلة من الشكل رقم (٤) على النحو التالى:
عند السعر ا ء تكون مرونة الطلب :

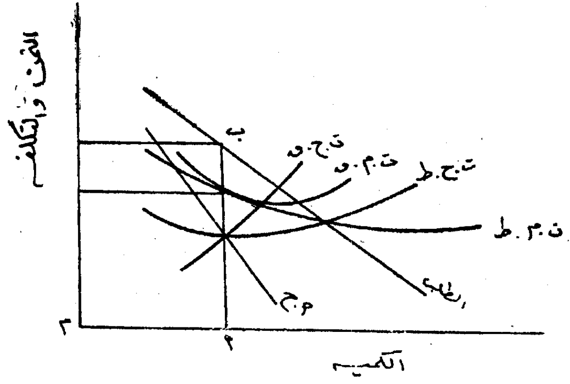
$$\frac{\text{ك د}}{\text{د جـ}} = \frac{\text{م ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ د}}{\text{د و}}$$

$$\therefore \text{م ط} = \frac{\text{أ د}}{\text{د و}} = \frac{\text{أ د}}{\text{أ د} - \text{أ و}} = \frac{\text{س}}{\text{س} - \text{أ.ح}}$$

$$\therefore \text{س} = \text{مط} \, (\text{س} - \text{أ . ح})$$

$$\therefore \text{أ . ح} = \text{س} - \frac{\text{س}}{\text{مط}}$$

وفى كل من الفترة القصيرة والفترة الطويلة يحاول المحتكر أن ينتج ناتجا حتى إذا باعــة حقق منه أقصى قدر ممكن من الربح . وهو يستطيع أن يصل إلى هذا الهدف فـــى الفترة القصيرة بوسيلتين : الوسيلة الأولى وتتضمن التكلفة الكلية والإيراد الكلى ، والوســيلة الثانـــية وتتضــمن الـــتكلفة الحدية والإيراد الحدى . أما فى الفترة الطويلة فالمحتكر يجد فرصة فريدة لتغيير وتعديل حجم منشأته ، ولذا فانه يتخذ قرارا ببناء حجم يجــد فـــيه الأفضــلية. وحيث أن المشاكل التحليلية فى نظرية الإحتكار تتمثل فى جانب الطلب وليست فى جانب التكلفة ، فإنه ليست هناك ضرورة فروق بين السعر فى الفترة القصـــيرة والفـــترة الطويلة .وفى الشكل رقم (٥) يكون المحتكر فى حالة توزان عند إنـــتاج الكمـــية م ا وللبـــيع بالسعر ب ا . والربح هو المنطقة المظللة وهى عبارة عن إيـــراده الكلى ناقصا تكلفته الكلية . وتتعادل التكلفة الحدية مع الإيراد الحدى فى كل من الفترتيـــن القصـــيرة والطويلة ، والمحتكر – كما يتضح من الشكل سالف الذكر– قد قام بإجــراء الـــتعديلات المطلوبـــة بحيث تكون التكلفة المتوسطة اقل ما يمكن لإنتاج كمية قدرها م أ .



الإحتكار– الفترة القصيرة والطويلة

شكل رقم (٥)

وإذا زاد منحـــنى الطلـــب بصـــفة مؤقـــتة فان المحتكر يقوم بزيادة إنتاجه مع الاحتفاظ بالحجم للمنشأة حتى يتعادل الإيراد الحدى مع التكلفة الحدية فى الفترة القصيرة . أمـــا إذا كانـــت هناك زيادة كبيرة ودائمة فى الطلب على منتجات المحتكر ، فإنه يقوم ببـــناء اكـــبر للمنشأة حتى يتعادل منحنى الإيراد الحدى منحنى التكلفة الحدية فى الفترة الطويلة .

وهنا يجب أن نذكر بعض الأمور الهمة التى تتعلق بالشكل الذى نتولى شرحه الآن وهو شكل رقم (٥)

١-أن تلاقـــى منحنى الإيراد الحدى بمنحنى التكلفة الحدية هو أمر لايعنى شيئا اكثر من أرباح المحتكر وصلت عندئذ إلى اكبر قدر لها أو أن خسارة (أن كانت هناك خسائر) وصلت إلى اقل مقدار ممكن .

٢- أن الســـعر يـــتحدد عن طريق منحنى الطلب عند الناتج الذى يحقق أقصى أرباح ، بمعنى الإيراد الحدى لا يحدد السعر .

٣- أن الأربـــاح تـــتقرر عـــن طريق السعر والتكلفة المتوسطة ، فهى إذا لا تتحدد عن طريق السعر والتكلفة الحدية.

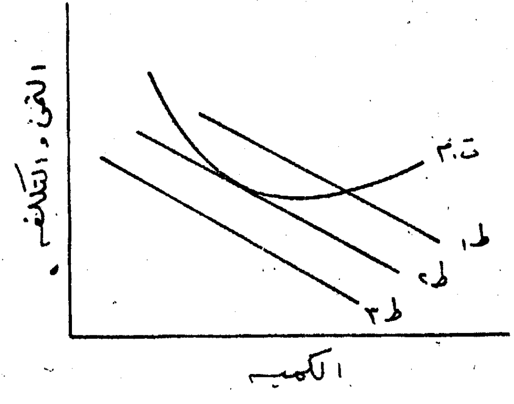
٤- أن المحـــتكر يستطيع الحصول على أرباح إذا انتج كميات مختلفة طالما كان السعر أعلى من التكلفة المتوسطة . ولكنة يجد أن الكمية التى ينتجها للحصول منها على اكبر قدر من الأرباح ، هى الكمية التى يحددها تلاقى منحنى التكلفة الحدية .

ويخطـــئ بعـــض الأفراد خاصة عندما يتصورون أن منحنى الطلب الذى يواجه المحتكر هو منحن غير مرن أو قليل المرونة ، مع أن معظم منحنيات الطلب فى الحقيقة تـــتراوح بين مرنة جدا أو شديدة المرونة بالقرب من نهايتها العليا وبين منحنيات قليلة المرونة بالقرب من نهاياتها السفلى.

فمنحنـــيات الطلـــب لايمكن أن تعتبر فى كل نقطها مرنة جدا أو غير مرنـة ، بل عادة تتضمن الأمرين معا ، فيكون المنحنى مرنا فى بعض نقطة أوفى جزء منة ، وغير مـــرن فى نقط أخرى أو جزء آخر ، ما عدا حالة منحنيات الطلب الخاصة بالمنشآت فى المنافســـة الكاملة وأذن فالمسألة تتوقف على الجزء الذى نعنى بدارسته من المنحنى . والمهم فى هذا كله هو أن الناتج الذى يحقق المحتكر أقصى قدر من الربح ، سيقع دائما فـــى الجـــزء المرن من منحنى الطلب لأن التكلفة الحدية ستكون موجبة كما هو شأنها

دائمـــا ، ولابد ان تتضاءل التكلفة الحدية مع الايراد الحدى مما يتحتم معه ان يكون هذا الأخير موجبا كذلك ، وطالما كان الايراد الحدى موجبا ، فان مرونة الطلب لابد ان تكون اكبر من الواحد الصحيح .

ويعـــتقد البعض أن المحتكر عندما ينتج ، لابد أن يجنى بعض الأرباح ، مع أن هـــذه المســـألة غير حتمية ، إذ يتوقف الحصول على الأرباح على العلاقة بين منحنى الطلـــب الـــذى يواجه المحتكر وبين الظروف الخاصة بالتكلفة . فالمحتكر قد يحقق به خسائر فى الفترة القصيرة شأنه فى ذلك شأن المنشأة فى حالة المنافسة الكاملة ، وهذا الأمـــر يحـــدث عندما تكون تكاليف المحتكر عالية جدا ، والسوق التى يبيع فيها ناتجة ســـوقا محـــدودة صـــغيرة ، حتى أن السعر الذى يمليه منحنى الطلب لا يغطى تكاليف المحـــتكر ، فـــيحقق به الخسائر . ويصور الشكل رقم (٦) العلاقة بين الطلب والتكلفة لـــتحديد حجم أرباح (أو الخسائر) المحتكر مع ملاحظة أننا فى هذا الشكل قد تغاضينا عـــن الســـعر والمنحنـــيات الحدية لأننا فى غير حاجة إليهم من أجل هذا الغرض . كما نفترض أن منحنى التكلفة المتوسطة (ت . م) يعبر عن الفترة الطويلة.



شكل رقم (٦) الاحتكار – الطلب والتكلفة

ففي الشكل رقم (٦) سالف الذكر نجد أنه اذا كان منحنى طلب المحتكر هو ط١ ، فـــإن أقصـــى ربح للمحتكر يكون كبيراً ، وهو مقدار هائل بالمقاييس العادية . أما اذا كـــان الطلب ط٢ فإن المحتكر لايحصل على ربح صافى على الاطلاق حيث يكون منحنى الطلـــب ط٢ مماسا لمنحنى التكلفة المتوسطة .ويصبح هناك سعر واحد يطلبه المحتكر

دون خســـارة وهـــو اللسعر الذى يتطابق ونقطة التماس . ويستمر المحتكر في الإنتاج طالمـــا أن التكالـــيف تشمل على الارباح العادية . وفي هذه الحالة فإنه يصل الى أقصى ربـــح وهـــو صفر . ويعتبر هذا الربح أكبر من الارباح السالبة أى الخسارة ، فإذا قام المحـــتكر بـــرفع السعر أو خفضة فسوف يحقق به خسارة لأن أى مكان أخر عدا نقطة الـــتماس يقع أسفل منحنى التكلفة المتوسطة ت . م أما اذا كان الطلب الخاص بالمحتكر هـــو ط٣ فـــان الخسارة محتملة الوقوع وبالتالى فان المحتكر لايقوم بالانتاج في الفترة الطويلـــة ولكن اذا افترضنا أن منحنى التكلفة المتوسطة يعبر عن الفترة القصيرة ، وأن منحـــنى الطلب ط٣ هو طلب وقتى ، فان المحتكر سيقوم بالانتاج طالما أن السعر يزيد عن متوسط التكاليف المتغيرة . وهو بذلك يعادل الايراد الحدى بالتكلفة الحدية في الفترة القصيرة لكى يقلل خسائره الى أدنى حد ممكن.

وعندما يزداد الطلب فان الاثر العادى هو ارتفاع في السعر . وهذا صحيح في ظـــل المنافســـة الكاملة اذا لم يتغير العرض وذلك ما عدا توازن السعر طويل الاجل في حـــالات الـــتكلفة الثابـــتة أو التكلفة المتناقصة للصناعة ولكن اذا زاد الطلب على سلعة المحـــتكر ، فهل يقوم المحتكر برفع السعر ؟ ليس من المحتم أن يفعل ذلك ، فاذا كانت الـــتكلفة الحديـــة هابطـــة ،فان المحتكر يقوم بتخفيض السعر عندما يزداد الطلب مادام الـــتعادل الجديـــد للـــتكلفة الحديـــة والايراد الحدى يتلاءم والسعر المنخفض . وبالطبع فالمحتكر الرشيد لا يهتم بارتفاع السعر ولكن يهمه حجم صافى ايرادة أو صافى ارباحة وحتى اذا لم تكن التكلفة الحدية هابطة ، فان المحتكر يستطيع أن يحقق كسبا لتخفيض السعر في حالة زيادة الطلب – هذا مع افتراض أن الطلب الجديد أكثر مرونة من الطلب القديـــم ولكـــى نثبـــت هـــذا بطريقة مبسطة دعنا نفرض أن تكلفة الوحدة ثابتة ، واننا نستخدم المعادلة التالية :

$$\text{أ.ح} = \text{س} - \frac{\text{س}}{\text{م ط}}$$

ولـــنفرض أن مـــرونة الطلب القديم عند السعر القديم = ٢ وأن مرونة الطلب الجديد عند السعر الجديد = ٣ وبوضع هذه الأرقام في المعادلة السابقة نجد أن الإيراد الحدى القديم = ½ السعر القديم ، والإيراد الحدى الجديد =⅔ السعر الجديد . وبما أن الإيراد الحدى القديم = الإيراد الحدى الجديد لان كلاهما يساوى نفس التكلفة الحدية ،

إذن السعر الجديد أقل من السعر القديم وباستخدام الأرقام نجد أن السعر الجديد أقل من السـعر القديـم بنسبة ٢٥ % . ولتوضيح ذلك نفترض أن الأرقام ١ ، ٢ ، تعبران عن السعر القديم والسعر الجديد على التوالى ، ولكى يحصل المحتكر على أقصى ربح ممكن فان :

أ ح١ = ت . ح١

أ ح٢ = ت ح ٢

∴ ت ح١= ت . ح٢

∴أ . ح١ = أ . ح٢

فإذا فرضنا أن مرونة الطلب عن السعر القديم = ٢

، مرونة الطلب عند السعر الجديد = ٣

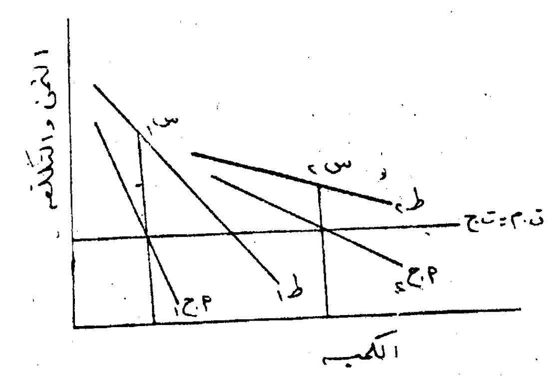
$$\therefore \text{أ ح}_1 = \frac{\text{س}_1}{٢}$$

$$\text{، أ . ح}_2 = \frac{٢\text{س}_2}{٣}$$

$$\therefore \frac{\text{س}_1}{٢} = \frac{٢\ \text{س}_2}{٣}$$

$$\therefore \frac{\text{س}_1}{\text{س}_2} = \frac{٤}{٣} = \frac{١٠٠}{٧٥}$$

ويوضـح الشكل رقم (٧) انخفاض السعر الناشئ عن زيادة الطلب حتى يصبح أكثر مرونة . فالطلب القديم يمثله المنحنى ط١ أما الطلب الجديد فيعبر عنه المنحنى ط٢

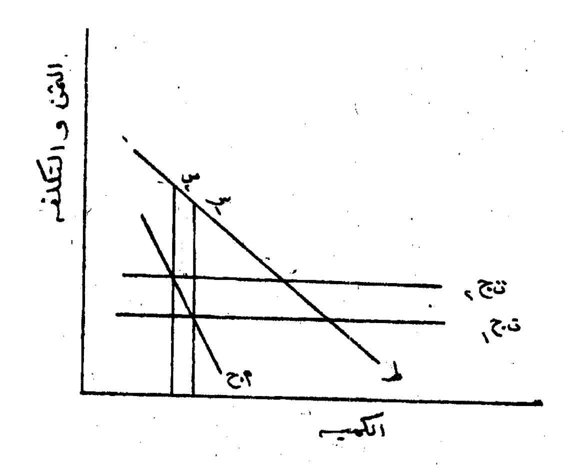


شكل (٧) الاحتكار انخفاض السعر مع زيادة الطلب

أمـــا إذا حـــدث العكس وانخفض الطلب بحيث أصبح الطلب الجديد أقل مرونة من الطلـــب القديـــم ، فـــان المحتكر يقوم برفع السعر . وفي بعض الأحيان تقوم المنشآت الـــتجارية التى تتمتع بأوضاع شبة احتكارية برفع أثمانها في فترات الطلب المتراخى . وتظهـــر نظرية الاحتكار أن المحتكر يقوم بعمل رشيد إذا رفع السعر في وجه انخفاض الطلـــب الـــذى أصـــبح أقـــل مرونة وهذا الشيء الذى يحتمل أن يتخذ الطلب في الفترة القصيرة .

ومن المتوقع أن يؤدى ارتفاع تكاليف المحتكر إلى رفع السعر ولكن السؤال هو : هل ارتفاع التكاليف الكلية بمقدار ١٠ قروش يؤدى إلى ارتفاع السعر بمقدار ١٠ قروش ؟ يجيب كثير من الناس بالإيجاب على هذا السؤال ويعطون أمثلة لتأييد إجاباتهم . غير أن المحـــتكر الرشـــيد يقوم برفع السعر بمقدار أقل من ١٠ قروش حيث أنه يهتم فقط بمعادلـــة التكاليف الحدية مع الإيراد الحدى . فإذا ارتفعت التكاليف ، فسوف يكون أمام المحـــتكر منحـــنى جديد للتكاليف الحدية وهو يقوم بتعديل الإنتاج والسعر حتى يتعادل منحنى التكاليف الحدية المرتفع مع الإيراد الحدى

وهناك أسباب كثيرة لارتفاع التكاليف وللتبسيط نفترض أن السبب هو فرض رسم إنـــتاج علـــى كل وحدة تباع بواسطة المحتكر . في هذه الحالة سوف نجد أن المحتكر يقـــوم بـــرفع الســـعر بمقدار أقل من الضريبة المفروضة على كل وحدة منتجة كما في الشكل رقم ٨



شكل ٨ الاحتكار : أثر الضريبة على السعر

ففى الشكل رقم ٨ سالف الذكر نفترض أن الطلب الخطى والتكاليف الثابتة .. وقد كـــان السعر هو س١ قبل فرض الضريبة . ولكن الضريبة رفعت منحنى التكلفة الحدية إلـــى ت ح٢ وأصبح السعر الجديد هو س٢ . والفرق بين س٢ ،س١ هو أقل مقدار من الضــريبة المفروضة . ومع فرض الضريبة ترتفع التكلفة الحدية بمقدار الضريبة ، كما يـــرتفع الإيـــراد الحدى بنفس المقدار حيث يكون أ . ح = ت . ح . ولكن كلما انخفض الإنـــتاج والمبيعات ، فان السعر يرتفع بأقل من الإيراد الحدى . وعلى ذلك فان السعر يرتفع بأقل من مقدار الضريبة .

ويـــتم غالباً تعيين سعر البيع بإضافة مبلغ إلى السعر الاصلى أو التكلفة الأساسية والإجـــراء المتبع فى كثير من الصناعات هو إضافة هذا المبلغ على أساس نسبة مئوية مـــن الســـعر وليست التكلفة . وعليه فان إضافة مبلغ بنسبة ٥٠% تعتبر ٥٠ % من الســـعر ولا تعد ٥٠ % من التكاليف . وباستخدام المعادلة التالية يمكن تصوير المبلغ الذى يضاف للحصول على السعر الذى يحقق أقصى ربح للمحتكر، وهذه المعادلة هى :

س = مط (س – الإيراد الحدى)

وبافـــتراض أن التكلفة الحدية ثابتة ، فإن التكلفة الحدية تساوى متوسط التكاليف المتغيرة . وللحصول على اكبر ربح ممكن فان :

أ . ح = ت . ح

∴ س = مط (س – ت . ح)

وهذا الفرق بين السعر والتكلفة الحدية هو المبلغ الذى يضاف إلى السعر الاصلى أو التكلفة الأساسية لتحديد سعر البيع ويرمز له بالرمز ف .

وعيه فان :

س = مط × ف

اى أن :

$$\frac{ف}{س} = \frac{١}{مط}$$

فـــإذا كانت م ط = ٢ ف تعد ٥٠ % من السعر . وبناء عليه إذا فرضنا أن تكلفة الوحـــدة ٥ جنـــيهات فـــان الســـعر يكون ١٠جنيهات . أما إذا كانت م ط = ٣ تصبح ف $\frac{١}{٣}$ ٣٣ % والســـعر ٧,٥ جنيه ، وهكذا يمكن القول بأنه كلما ارتفعت المرونة كلمـــا انخفضت النسبة المئوية للمتغير ف . وهذا صحيح لأنه كلما زادت المرونة كلما كانـــت هـــناك منافسة اكبر من البدائل المختلفة للسلعة التى ينتجها المحتكر ، وبالتالى فانـــه مـــن الحكمة إلا يكون المحتكر على دراية فى تحديد النسبة المئوية التى تضاف لتحديد سعر البيع .

ويعتـــبر الفـــرق بيـــن الســـعر والتكلفة الحدية أحد المقاييس التى يقيس بها رجال الاقتصـــاد مـــا تتمتع به المنشأة الاحتكارية من تحكم أو سلطة .ومن هذا الأمر يبدو لنا وجه الاختلاف بين المنشأة فى حالة المنافسة الكاملة وبينها فى حالة الاحتكار . فبينما نجـــد أن المنشـــأة التى تعمل فى ظل المنافسة الكاملة تتساوى تكلفتها الحدية فى الأجل الطويـــل مع السعر .إذ بنا نجد فى ظل الاحتكار أن التكلفة الحدية تقل بدرجة كبيرة عن الســـعر . ومـــن اجـــل ذلك يشير الاقتصاديون عادة إلى هذا الفرق بين السعر والتكلفة الحديـــة على اعتبار انه مقياس يقيس قوة المحتكر ، أو ما لديه من سطوة وتحكم ، إذ كلمـــا زاد هـــذا الفرق واتسع ، كلما عظمت قوة المحتكر واشتدت .غير أن الفرق بين الـــتكلفة الحديـــة والسعر يتوقف فى النهاية على مرونة الطلب الخاصة بناتج المنشأة . ولذلك نجد انه كلما قلت مرونة الطلب عددياً كلما بعد الإيراد الحدى عن الإيراد المتوسط ، وكلمـــا بعـــدت الـــتكلفة الحدية (= الإيـــراد الحـــدى فى حالة التوازن) عن السعر (= الإيراد المتوسط) . وهكذا فان مرونات الطلب المختلفة التى يوضحها ما يوجد من

تبايــن بين التكلفة الحدية وبين السعر تعتبر مقياساً تقيس به درجة المحتكر أو قوته .
وباختصار يمكن القول بأنه كلما قلت مرونة الطلب ، كلما زادت درجة الاحتكار .

مثال (٤) :

إذا كانت دالة التكاليف الكلية لمنشأة تحتكر إنتاج سلعة معينة هى

ت.ك = ٠٢ ٠ و $س^{٢}$ +٢س + ١٠٠

حيث س = عدد الوحدات المنتجة

وإذا كانت دالة الطلب على هذه السلعة هى :

س = ١١٦ - ٤ع

حيث ع = سعر السلعة

فالمطلوب :

إثــبات انه إذا أراد المحتكر أن يحدد الكمية التى ينتجها أو إذا أراد أن يحدد السعر الذى يبيع به سلعته ، تكون النتيجة واحدة فى الحالتين .

الحل :

إذا قام المحتكر بتحديد الكمية المنتجة يكون السعر فى هذه الحالة دالة للكمية ، وبذلك تكون دالة السعر هى :

$$ع = ٢٩ - \frac{س}{٤}$$

ويكون الإيراد الكلى = ع ×س

$$= (٢٩ - \frac{س}{٤})$$

$$= ٢٩ س - \frac{س^{٢}}{٤}$$

ويكون الإيراد الحدى $=٢٩- \frac{س}{٢}$

وتكون التكلفة الحدية = ٠,٠٤ + ٢

تتوازن المنشأة عندما يتساوى الإيراد الحدى والتكلفة الحدية :

∴ ٢٩ – ٠,٥ س = ٠,٠٤ س +٢

–٠,٥ س – ٠,٠٤ س = ٢٩ + ٢

– ٠,٥٤ و . س = – ٢٧

.: س= $\frac{٢٧ \times ١٠٠}{٥٤}$ = ٥٠ وحدة (كمية التوازن

وبالتعويض فى دالة السعر ينتج أن :

ع = ٢٩ – $\frac{٥٠}{٤}$ = ٢٩ – ١٢,٥ = ١٦,٥ وحدة

(سعر التوازن)

وفـــى هذا المثال نفترض ان التكلفة الحدية ثابتة بمعنى انها لابد ان تتساوى مع الايراد الحـــدى الهـــابط عـــند حجم معين للانتاج ، اى ان الخط الذى يمثلها لابد ان يقطع خط الايراد الحدى الهابط .

امـــا اذا حددت المنشأة الاحتكارية السعر الذى تبيع به سلعتها ، تكون الكمية دالة لهذا السعر ، وبذلك تكون دالة الكمية هى :

س = ١١٦ –٤ع

ويكون الايراد الكلى = س× ع

= (١١٦ – ٤ع) ع

= ١١٦ ع – ٤ع^{٢}

وتكون التكاليف الكلية هى :

ت .ك = ٠.٠٢ (١١٦ – ٤ ع)^{٢} + ٢ (١٦٦ – ٤) +١٠٠

= ٦٠١,١٢ – ٢٦,٥٦ + ٠,٣٢ ع^{٢}

الربح = الايراد الكلى – التكاليف الكلية

= ١١٦ ع – ٤ع^{٢} – ٦٠١,١٢ + ٢٦,٥٦ع – ٠,٣٢ ع^{٢}

= الربح = الايراد الكلى – التكاليف الكلية

= ١١٦ ع – ٤ع^{٢} – ٦٠١,١٢ع + ٢٦,٥٦ ع – ٠,٣٢ ع^{٢}

= –٦٠١,١٢ + ١٤٢,٥٦ع – ٤,٣٢ع^{٢}

الربح = الإيراد الكلى – التكاليف الكلية

= ١١٦ ع – ٤ ع^{٢} – ٦٠١,١٢ + ٢٦,٥٦ ع – ٠,٣٢ ع^{٢}

= ٦٠١,١٢ + ١٤٢,٥٦ ع – ٤,٣٢ ع^{٢}

ويصل الربح إلى أقصاه عندما تكون :

$$\frac{\text{د الربح}}{\text{د السعر}} = \text{صفر}$$

∴ ١٤٢,٥٦ – ٨,٦٤ = صفر

∴ ع = $\frac{١٤٢٥٦}{٨٦٤}$ = ١٦,٥ وحدة (سعرالتوازن)

وبالتعويض فى دالة الكمية ينتج ان :

س = ١٦٦ – ٤ × ١٦,٥

= ١٦٦ –٦٦ = ٥٠ وحدة (كمية التوازن)

مثال (٥)

بافـــتراض أن منحـــنى طلب المحتكر قد انخفض ، وبذلك أصبحت مرونة الطلب ١,٢٥ بـــدلاً مـــن ١,٥ . أوجد النسبة التى يغير بها المحتكر سعر سلعته إذا علمت أن التكلفة ثابتة .

الحل

نفرض انه عندما كانت مرونة الطلب = ١,٥ كان السعر $س_{١}$

وعندما أصبحت مرونة الطلب = ١,٢٥ اصبح السعر $س_{٢}$

∴ أ.ح القديم = $\frac{س^{١}}{١,٥}$

، أ . ح الجديد = س^{٢} – $\frac{س^{٢}}{١,٢٥}$

$$\therefore \quad \frac{\text{٠,٥ س}_{\text{١}}}{\text{١,٥}} = \frac{\text{٠,٢٥ س}_{\text{٢}}}{\text{١,٢٥}}$$

وبما أن التكلفة الحدية ثابتة فى كلتا الحالتين :

∴ أ ح القديم = أ . ح الجديد

$$\therefore \quad \text{س}_{\text{١}} - \frac{\text{س}_{\text{١}}}{\text{١,٥}} = \text{س}_{\text{٢}} - \frac{\text{س}_{\text{٢}}}{\text{١,٢٥}}$$

$$\text{٦٢٥ س}_{\text{١}} = \text{٣٧٥ س}_{\text{٢}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{س}_{\text{٢}}}{\text{س}_{\text{١}}} = \frac{\text{٦٢٥}}{\text{٣٧٥}} = \frac{\text{٥}}{\text{٣}} = \frac{\text{١٠٠}}{\text{٦٠}}$$

أى أن السعر الجديد أكبر من السعر القديم بنسبة ٤٠%

التمييز الاحتكارى : Monopolistic Discrimination

يحدث التمييز بين الأسعار Price discrimination إذا حدد المحتكر أسعارا مختلفة لوحدات من وحدات سلعتين حتى إذا كانت هذه الوحدات متشابهة من حيث طبيعتها المادية . أما المدى الذى يستطيع أن يذهب إليه المحتكر فى التمييز ، فيتوقف على الظروف القائمة . فإذا كان المحتكر يبيع سلعته فى أفضل ظروف ممكنة ، فإننا نستطيع أن نتصور أنه سيبيع كل وحدة من وحدات سلعته بسعر مختلف . فى مثل هذه الحالة يكون المحتكر قد وصل إلى التمييز الاحتكارى الكامل بين الأسعار ، وهو كامل من وجهة نظر المحتكر ذاته . غير أن التمييز المألوف هو التمييز الخاص بالمستهلكين الذين يدفعون أسعاراً مختلفة لسلع متشابهة ، إذ من غير المقبول أن نجد مستهلكاً واحداً يدفع أسعاراً مختلفة لعدة وحدات متشابهة . ولذا فإن التمييز فى السعر بين المستهلكين هو الطريقة العادية ، وأن التمييز فى السعر بين السلع المتشابهة هو الطريقة الاستثنائية غير العادية .

على أن الذى يهمنا فى موضوع التمييز الاحتكارى ليس التمييز فى السوق الواحدة ، ولكن بيع السلعة فى سوقين منفصلتين بعضهما عن البعض جغرافياً فمثلاً لو أن هناك سوقين إحداهما محلية والأخرى أجنبية فيمكن أن يكون التمييز الاحتكارى

ناجحـــا إذا بـــاع المحتكر بسعر مرتفع فى السوق المحلى نظرا لكونه محتكرا فيه وباع نفـــس السلعة بسعر منخفض فى السوق الأجنبى لأنه متنافس فيه . ويتوقف نجاح هذا التمييـــيز علـــى تأكد المحتكر أنه من المستحيل أو من غير المربح إعادة بيع السلعة فى الســـوق الوطـــنى أى يشترط لنجاح التمييز الاحتكارى أن يكون السوقين منفصلين عن بعضـــهما تمامـــاً فـــلا يتمكن الأجنبى من إعادة تصدير السلعة إلى السوق الوطنى بعد شـــرائها ويكســـب فـــرق الســـعرين لأنه سيجد أن نفقات السلعة مضافاً إليها الرسوم الجمركـــية تلغـــى أثر السعرين إذ يصبح سعرها مرتفعا بإضافة نفقات الشحن والرسوم الجمركـــية وبالتالى يصبح من غير المربح إعادة تصديرها ولكى يحصل المنتج الرشيد من سياسة التمييز الاحتكارى على أكبر ربح ممكن يجب أن يفرض سعراً مرتفعاً للسلعة فى السوق الذى يكون فيه الطلب قليل المرونة وسعراً أقل فى السوق كبير المرونة فلو أن المحتكر وجد سوقين منفصلين وكانت مرونة الطلب فى السوقين مختلفة ، فإنه لكى يحقـــق الأرباح الكبيرة لابد أن تتعادل الإيرادات الحدية فى السوقين مع بعضهما البعض وهـــذا هو مظهر آخر لمبدأ الحد المتساوى **Equimarginal Principle** الذى سبق أن ضمناه فى دراستنا الاقتصادية الأولى . ولنضرب مثالاً عددياً :

نفرض أن المحتكر يبيع ١٢٠٠ وحدة فى السوق (أ) ، ٣٠٠ وحدة فى السوق (ب) وأن الإيـــراد الحـــدى فى كل السوقين = ٥ جنيهات . فإذا قرر المحتكر أن يبيع كمية أكبر فى السوق (أ) وكمية أقل فى السوق (ب) فإنه لن يحقق أكبر من الأرباح الممكـــنة ذلك أن إيراده الحدى فى السوق (أ) سوف يقل حيث أنه ينقل وحدة تضيف إلـــى إيراده الكلى ٥ جنيهات إلى سوق تكون فيه الإضافة إلى الإيراد الكلى ٤ جنيهات مـــثلاً . وأيضـــاً بتقليله الكمية المباعة فى السوق (ب) يرتفع الإيراد الحدى فى هذه السوق . وهكذا نجد أنه ليس من صالح المحتكر أن يحصل على أقل من خمسة جنيهات بينما يفقد أكثر من ذلك . وعليه فإن التوزيع الأفضل يتطلب تعادل الإيرادات الحدية فى السوقين . على أن تعادل الإيرادات الحدية فى السوقين مختلفى المرونة لابد أن يتطلب تمييزاً فى الأسعار . ويمكن استخدام المعادلة التالية مرة أخرى :

$$\text{أ . ح} = \text{س} - \frac{\text{س}}{\text{م}_{\text{ط}}}$$

وحيث أن أ . ح فى السوق (أ) = أ . ح فى السوق (ب)

$$س_{أ} - \frac{س_{أ}}{م ط_{أ}} = س_{ب} - \frac{س_{ب}}{م ط_{ب}}$$

$$أو\ س_{أ} \left(١ - \frac{١}{م ط_{أ}} \right) = س_{ب} \left(١ - \frac{١}{م ط_{ب}} \right)$$

وعليه يختلف السعر فى السوق (أ) عن السعر فى السوق (ب) عندما تختلف المرونات فى السوقين . أما إذا كانت المرونات متساوية فإن الأسعار ستكون متعادلة وبالتالى لن يكون هناك تمييزاً فى الأسعار .

مثال (٦) :

البيانات التالية توضح جدول الطلب فى سوقين للمحتكر :

(السوق أ)		(السوق ب)	
(بالجنيه)	(وحدة)	(بالجنيه)	(وحدة)
٥	٤٠	٦	٦٠
٤	٦٠	٥	٨٠
٣	٩٠	٤	١٠٥
٢	١٠٠	٣	١٣٥

فإذا علمت أن المحتكر يرغب في بيع ١٤٠ وحدة ، فاوجد السعر الذى يحدده المحتكر فى كل سوق ؟

الحل :

يحصل المحتكر على أقصى ربح عندما تتعادل الإيرادات الحدية فى السوقين أ ، ب

السوق (أ)

س	ط	س×ط	أ . ح
٥	٤٠	٢٠٠	-
٤	٦٠	٢٤٠	٤٠
٣	٩٠	٢٧٠	٣٠
٢	١٠٠	٢٠٠	-٧

السوق (ب)

س	ط	س×ط	أ . ح
٦	٦٠	٣٦٠	-
٥	٨٠	٤٠٠	٤٠
٤	١٠٥	٤٢٠	٢٠
٣	١٣٥	٤٠٥	-١٥

مـــن البيانات السابقة نجد أن الإيرادات الحدية في كل من السوقين تتساوى عند ٤٠ وحـــدة وعلـــى ذلك فإن السعر الذى يبيع به المحتكر فى السوق (أ) هو جنيهات ، والسعر فى السوق (ب) هو ٥ جنيهات ويقوم يبيع ٦٠ وحدة فى السوق (أ) ، ٨٠ وحدة فى السوق (ب) بحيث يكون ما يرغب فى بيعه هو ١٤٠ وحدة .

ثالثاً : المنافسة والاحتكار : Competition & Monopoly

يخـــتلف الاحـــتكار عن المنافسة الكاملة فى عدة نواحى أساسية نتناولها بالتفصيل فيما يلى :

١ -يستطيع المحتكر أن يحدد السعر وعليه أن يقبل الكمية التى ستباع بهذا الذى يحدده ، وهذا بعكس الحال فى ظل المنافسة الكاملة حيث أن المنشأة قابلة للسعر محددة للكمية . ويرجع هذا الاختلاف إلى انه لا يوجد للمحتكر منافسون بقلقة أمرهم فإذا رفع المحتكر السعر فلن يخرج من مجال الإنتاج ، وإذا قلل السعر فلن تصبح لدية طلبات يغدو معها غير قادر على مقابلتها . وعليه فإن لدى المحتكر القدرة على التجريب بالسعر متحركا إلى أعلى وإلى اسفل منحنى إيراده المتوسط أو منحنى الطلب على إنتاجه حتى يجد ذلك السعر الذى يحقق له أقصى ربح ممكن .

٢ - أن سعر الوحدة التى يحصل عليها المحتكر أن يكون واحداً بصرف النظر عن الكمية المباعة ويرجع السبب فى ذلك إلى إنتاج المحتكر يمثل كل العرض المتاح فى السوق ، وأى تغير كبير فى حجم إنتاجه هو تغير كبير فى العرض الكلى للسلعة . وعلى ذلك فإنه عندما يتغير إنتاج المحتكر ، فإن سعر الوحدة يتغير كذلك . فأى زيادة فى إنتاج المحتكر تعنى زيادة العرض الكلى من السلعة مما يؤدى إلى انخفاض سعرها . يعنى ذلك أن منحنى الطلب على ناتج المنشأة الاحتكارية ليس كامل المرونة بعكس الحال فى ظل المنافسة الكاملة .

٣ - فى حالة الاحتكار يكون الإيراد الحدى اقل من السعر – اى الإيراد المتوسط – عند كل مستوى من مستويات الإنتاج وذلك بسبب الانخفاض فى السعر الناجم عن زيادة الإنتاج . ويمكن أن نثبت بسهولة انه إذا كان منحنى الطلب على إنتاج المنشأة الاحتكارية ينحدر إلى اسفل يكون الإيراد الحدى دائماً اقل من السعر كما يلى :

أ . ح$_{ن+١}$ = أ . ك$_{ن+١}$ − أ . ك$_{ن}$

= (ن + ١) ع$_{ن+١}$ − ن ع$_{ن}$

= ن ع$_{ن+١}$ + ع$_{ن+١}$ − ن ع$_{ن}$

ن [ع$_{ن+١}$ − ع$_{ن}$] + ع$_{ن+١}$

حيث أن أ. ح$_{ن+١}$ = الإيراد الحدى للوحدة + ١

أ.ك$_{ن+١}$ = الإيراد الكلى للكمية ن+١

أ.ك$_{ن}$ = الإيراد الكلى للكمية ن

ع$_{ن}$ = السعر الذى يسود عندما تباع الكمية ن

ع$_{ن}$ +١ = السعر الذى يسود حينما تباع الكمية ن+١

وبمـــا انه توجد علاقة عكسية بين الطلب على إنتاج المحتكر وسعر الوحدة فإن ع$_{ن+١}$ ســتكون أقل من ع$_{ن}$ وعلى ذلك فإن أح$_{ن+١}$ سوف يكون أقل من ع$_{ن+١}$ بما يعادل حاصل ضرب ن فى الفرق بين ع$_{ن}$ ، ع$_{ن+١}$

ويمكن تصوير العلاقة بين الإيراد الحدى والسعر (اى الإيراد المتوسط)بالمعادلة التالية :

$$\text{أ . ح} = \text{ع} \left(١ + \frac{١}{\text{مط}} \right)$$

ويمكن إثبات ذلك على النحو التالى :

أ ك ن +١ = (ع$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$) (ك$_{ن}$ + Δ ك$_{ن}$)

= ع$_{ن}$ ك$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$ ك$_{ن}$

+ ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$

Δ أ . ك$_{ن}$ = أ . ك$_{ن+١}$ − أ.ك$_{ن}$

.: Δ أ . ك = ع$_{ن}$ ك$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$ Δ ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$ ك$_{ن}$

+ ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$ − ع$_{ن}$ ك$_{ن}$

= Δ ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$ + Δ ع$_{ن}$ ك$_{ن}$ + ع$_{ن}$ Δ ك$_{ن}$

وعندما تؤول Δ ع$_{ن}$ ، Δ ك$_{ن}$ إلى الصفر فإن :

$د\ أ.ك_ن = د\ ع_ن\ د\ ك_ن + د\ ع_ن ك_ن + د\ ك_ن ع_ن$

وبتجاهل قيمة د عن ، د عن والتى هى متناهية فى الصغر ينتج أن :

$د\ أ\ ك_ن = د\ ع_ن ك_ن + د\ ك_ن + ع_ن$

وبقسمة كل من طرفى المعادلة السابقة على د كن ينتج أن :

$$\frac{د\ أ\ .\ ك_ن}{د\ ك_ن} = \frac{د\ ع_ن\ ك_ن}{د\ ك_ن} + ع_ن$$

$$\therefore\ أ\ ح = \left(\frac{د\ ع_ن}{د\ ك_ن}\right) ك_ن + ع_ن$$

وبما أن $\frac{١}{م_ط} = \frac{د\ ع}{د\ ك} \times \frac{ك}{ع}$

وبضرب كل من طرفى المعادلة الأخيرة فى ع ينتج أن :

$$ع \times \frac{١}{م_ط} = \frac{د\ ع}{د\ ك} \times ك$$

$$\therefore\ أ\ .\ ح = ع \times \frac{أ}{م_ط} + ع$$

$$\therefore\ أ\ .\ ح = ع \times \left(١ + \frac{أ}{م_ط}\right)$$

٤- يستطيع المحتكر أن يحصل على اكثر من سعر فى نفس الوقت لسلعته ، وذلك عندما تكون لديه مجموعة أسواق منفصلة اقتصادياً عن بعضها البعض ، وتختلف مرونة الطلب السعرية بالنسبة لكل منها . فقد يكون عملاء المحتكر منفصلين عن بعضهم البعض عن طريق وجود مسافات شاسعة بينهم أو بسبب وجود حواجز جمركية تمنعهم من المتاجرة فى سلعة المحتكر فيما بينهم ويربح عندما يتقاضى المحتكر أسعارا مختلفة لسلعته .

رابعاً : التوازن في ظل المنافسة الاحتكارية :

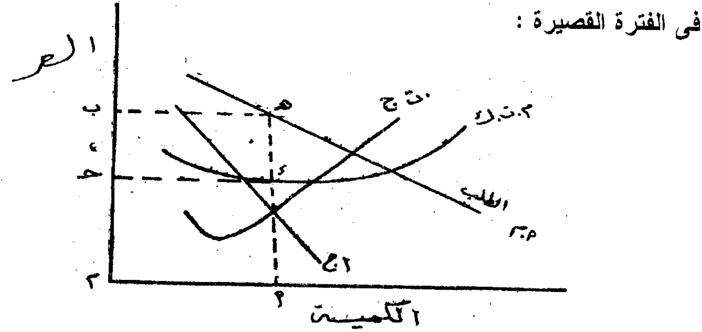
Equilibrium under Mono Competition

تتميز سوق المنافسة الاحتكارية بوجود عدد كبير من المنتجين ، ويعمل كل منتج مستقلاً عن الاخرين بمعنى ان السياسات البيعية التى يتبعها منتج معين لا يؤثر تأثيراً جوهرياً على السياسات البيعية للمنتجين الاخرين فإذا خفض أحد المنتجين سعر السلعة التى ينتجها فلن يكون لتصرفه هذا اى تأثير جوهرى على الاخرين لأنه وان كان سيجذب عدداً من عملاء المنشآت الاخرى الا ان اجتذابهم سيكون من بين عدد كبير من المنشآت الموجودة وبالتالى فان المنتج فى ظل المنافسة الاحتكارية لن يأخذ الاعتبار ردود فعل المنتجين الآخرين ، أضف الى ذلك ان منتجات البائعين فى ظل المنافسة الاحتكارية تكون متميزة وان كانت متماثلة ، بمعنى ان اى منتج ينتج سلعاً لا تعتبر بديلاً كاملاً لما تنتجه المنشآت الأخرى وذلك من جهة نظر المستهلك .

وفى ظل المنافسة الاحتكارية يكون لدى المنتج القدرة على ممارسة بعض السلطة على سعر انتاجية ، فاذا رغب فانه يستطيع ان يتقاضى سعراً اعلى قليلاً من سعر منافسيه دون ان يفقد كل عملائه . ويرجع السبب فى ذلك الى ان عملاء المنتج فى ظل المنافسة الاحتكارية تربطهم به علاقة عن طريق اسلوبه فى تمييز انتاجه عن الآخرين . فانتاج المنافس المحتكر متميز بطريقة تجعله يبدو فى نظر بعض العملاء اكثر جاذبية من انتاج المنشآت الاخرى فى نفس الصناعة ، ونتيجة لذلك فهم على استعداد لدفع اثماناً اعلى له . وبالتالى فانه حينما يرفع المنافس المحتكر السعر قليلاً عن أسعار منافسيه وبالتالى لا تنكمش مبيعاته الى الصفر . صحيح ان مبيعاته تنكمش ، وذلك بسبب ان تفضيلاً بعض عملائه ليست من القوة مثل تفضيلات لاخرين ، ولكنها لا تنكمش الى الصفر الا اذا أصبح الفرق فى السعر كاف لابعاد كل عملائه المخلصين عن الشراء منه وعلى هذا الاساس فان منحنى الطلب الذى يواجه المنتج ليس كامل المرونة و يستتبع ذلك انه لا يسود السوق سعر واحد فى حالة المنافسة الاحتكارية ، ولكن قد تسوده أسعار بعدد المنتجين فى السوق ، وتعتبر مسألة تمييز الانتاج اهم سمة من سمات المنافسة الاحتكارية .

علـــى اننا يجب ان نلاحظ ان مرونة الطلب فى حالة المنافسة الاحتكارية ان كانت اقل من المرونة في حالة المنافسة الكاملة ، الا انها اكبر من المرونة فى حالة الاحتكار ، لان المنتج وإن كان محتكراً لنوع مميز من السلع الا انه واحد من عديد من المنتجين الذيـــن ينـــتجون سلعاً بينها وبين سلعته درجة كبيرة من الإحلال . فهو إذا محتكر من ناحـــية ، ومتـــنافس مـــن ناحـــية اخـــرى ومن هنا كانت تسمية هذه الحالة بالمنافسة الاحتكارية .

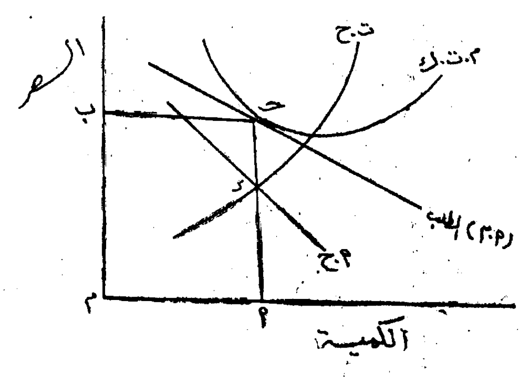
وفـــى المنافســـة الاحتكارية كما هو الشأن فى كل الاحوال يتحدد الحجم الأفضل للمنتج عندما تتعادل التكاليف الحدية مع الايراد الحدى . ويوضح الشكل رقم (٩) تحديد السعر فى الفترة القصيرة :



شكل (٩) المنافسة الاحتكارية – الفترة القصيرة

وهنا نرى فى الفترة القصيرة أن المنشأة تنتج الحجم م أ و السعر الأفضل م ب . وهى تحصل على أرباح غير عادية قدرها حـــ ء هــ ب . وعند تعادل التكلفة الحدية مع الإيراد الحدى تكون الأرباح قد بلغت أقصى ما يمكن . وذلك لا يعنى أن كل المنشآت الداخلـــة فـــى الصناعة تتقاضى أسعارا متماثلة إذا كان هدفها هو الحصول على أقصى الأرباح حيث تنتج المنشآت فى ظل المنافسة الاحتكارية منتجات غير متجانسة .

وكمـــا هو الحال فى المنافسة الكاملة فان وجود الأرباح غير العادية فى الفترة القصـــيرة سوف يجذب متنافسين جدد وبالتالى يؤدى ذلك فى الفترة الطويلة إلى إنقاص الأرباح غير العادية كما هو مبين فى الشكل رقم (١٠)



شكل (١٠) المنافسة الاحتكارية – الفترة الطويلة

فـــى الشكل سالف الذكر ، فأننا نجد أن منحنى التكلفة الحدية فى الفترة الطويلة يقطـــع منحـــنى الإيـــراد الحـــدى لنفس الفترة فى النقطة ء فتحدد الناتج بالمقدار م أ . ويلاحـــظ أن منحـــنى الإيراد المتوسط أصبح مماساً لمنحنى التكلفة المتوسطة الطويلة الأجل ، وان المنشأة بوضعها الجديد لا تربح إلا أرباحاً عادية فقط لان وجود المتنافسين مـــن داخـــل الجماعة المتنافسة تنافساً احتكارياً والمتنافسين من الخارج اى ممن دخلوا الصـــناعة اســـتطاعوا أن ينـــتجوا سلعاً قريبة الشبة من سلعة المنشأة فأزالوا ما كانت تحصل عليه فى الفترة القصيرة من أرباح احتكارية .

وهذا التوازن يشبه توازن المنشأة فى ظل المنافسة الكاملة . غير ان هناك فرقاً جوهـــرياً بيـــن الاثنين هو ان منحنى الايراد المتوسط للمنشأة فى المنافسة الكاملة هو منحـــنى يتخذ شكل الخط الافقى المستقيم الموازى لمحور السينات ، بينما يتخذ منحنى الايـــراد المتوسط للمنشأة الموجودة داخل نطاق المنافسة الاحتكارية شكل الخط الهابط الـــى اسفل وتكون النتيجة ان المنشأة فى المنافسة الاحتكارية ستنتج فى الاجل الطويل مقـــداراً مقداراً اقل مما كانت تنتج فى المنافسة الكاملة والسبب فى ذلك هو ان منحنى الايـــراد المتوسط الهابط الى اسفل نحو اليمين لايمكن ان يمس منحنى التكلفة المتوسط الطويلـــة الاجل الا فى مركز يقع على يسار النقطة التى كان من الممكن ان يمسه فيها خط افقى مستقيم مواز لمحور السينات . ولذا فان الناتج فى الفترة الطويلة وفى ظروف المنافســـة الاحـــتكارية ، لا بـــد ان يكـــون اقل من الناتج الأفضل فى ظروف المنافسة الكاملة .

الفصل السادس

توازن أسواق عناصر الإنتاج (المدخلات)

Markets Equilibrium of Production Factors (Inputs)

تمهيد :

عرفـــنا مـــن دراستنا الاقتصادية الأولى أن سعر عامل الإنتاج يتحدد عن طريق الإنتاجية الحدية له . فالمكافأة التى تعطى لعامل الإنتاج تتوقف فى النهاية على مقدار ما ينتج ذلك العامل ومن الواجب فى تحليلنا الحالى أن نبين أن سعر عامل الإنتاج لا يتقرر فقط عن طريق الظروف السائدة فى سوقه ، بل يتقرر ويتحدد أيضاً عن طريق الأحوال والظـــروف السائدة فى السوق التى تباع فيها السلعة التى صنعها عامل الإنتاج . ومن المستحســـن أن نذكر كذلك أن المنافسة قد تكون كاملة أو مقيدة فى كل من سوق عامل الإنتاج وسوق السلعة .

وهنا نفترض وجود المنافسة الكاملة فى سوق عامل الإنتاج أو سوق السلعة أو فـــيهما معـــاً فهـــناك عدد كبير من المشترين (المنتجين) والبائعين (أصحاب خدمات عوامل الإنتاج) ، كما نفترض أيضاً أن وحدات عامل الإنتاج متجانسة .

ويجـــب أن نأخذ فى الحسبان دائماً أن عوامل الإنتاج لا تطلب لذاتها مثل السلع الاســـتهلاكية ، ولكن تطلب فقط لأنها تساعد على إنتاج السلع التى يطلبها المستهلك . فكلما إزداد الطلب على السلع التى ينتجها أحد العوامل ، يزداد الطلب على هذا العامل ، وبـــالعكس إذا مـــا انخفـــض الطلب على السلع التى ينتجها العامل . والخلاصة هى أن الطلـــب على العامل الإنتاجى يعتمد على الطلب على السلع الاستهلاكية التى يشترك فى إنـــتاجها . ولهـــذا نقـــول بـــأن الطلب على عامل الإنتاج مشتق من الطلب على السلع الاستهلاكية ويسمى طلب مشتق . Derived Demand .

ويـــؤدى ارتفاع سعر أحد عوامل الإنتاج إلى زيادة تكاليف إنتاج المنتج النهائى المستخدم فى إنتاجه مما يترتب عليه ارتفاع سعر هذا المنتج . فإذا كان الطلب على هذه السلعة مرنا أدى هذا إلى انكماش الطلب على السلعة بمعدل أكبر من معدل رفع السعر ، وبالـــتالى ســـينتج عنه تخفيض الكمية المطلوبة من العامل الإنتاجى ، وكلما كان الطلب علـــى السلع الاستهلاكية مرنا ، يكون الطلب على العوامل المستخدمة فى إنتاجها مرنا كذلـــك . وكلما كانت تكاليف العامل تمثل نسبة ضئيلة من التكاليف الكلية لإنتاج السلعة

النهائية ، فمن المتوقع أن يكون الطلب على العامل الإنتاجى غير مرن . والعكس يحدث إذا كانت تكاليف العامل الإنتاجى تمثل نسبة كبيرة من التكاليف الإجمالية لإنتاج السلعة . كذلــك تزداد مرونة الطلب على العامل الإنتاجى ، كلما كان من السهولة أن تحل عوامل أخــرى محلــه . وهكــذا نســتطيع القول بأن الطلب على العامل الإنتاجى يتوقف على الجوانب الفنية للإنتاج وكذلك على الطلب على السلعة التى يشترك العامل فى إنتاجها .

اولاً: الطلب علي العامل الإنتاجي :

Demand for productivity factor

وطالما توجد عوامل كثيرة يتوقف عليها الطلب علي عوامل الانتاج فإننا نستخدم هنا ايضاً اسلوب التحليل السابق استخدامه حيث نحلل أثر أحد هذه العوامل على الطلب مــع افــتراض بقــاء العوامل الاخرى التي تؤثر في الطلب على حالها ، وفي محاولة تصوير جانب الطلب على عوامل الانتاج نفترض هنا أن الظروف الفنية للانتاج معروفة وكذلــك الطلب على السلعتين التي يستخدم العامل في انتاجها ونفترض كذلك أن المنتج يحــاول أن يحصل على أكبر عائد ممكن . ونحاول أن نشتق منحنى الطلب على العامل الانتاجي في ظل هذه الظروف .

لقد ذكرنا فيما سبق أن المنشأة لن تكون في وضع الاتزان الا اذا تعادلت تكاليف إنــتاجه الحدية مع الايراد الحدي لهذا الانتاج . ويمكننا إعادة شرط التوازن هذا ـ أي شــرط الحصول على أقصى ربح ممكن ـ بحيث يصح القول بأن المنشأة تزيد من حجم إنــتاجها إلى المستوى الذي يتعادل عنده ما تضيفه آخر وحدة من عامل الانتاج المتغير إلــى الايــراد الكلــي مع إضافة تلك الوحدة إلي التكاليف الكلية وهذا هو شرط التوازن للمنشــأة سواء كانت تعمل في ظل المنافسة الكاملة أو المنافسة الاحتكارية أو الاحتكار وبمعنى آخر ، فإن المنتج وهو يسعى دائماً إلى الحصول على أكبر ربح ممكن ، سيظل يســتخدم وحــدات متتالية من خدمات العامل الانتاجي طالماً يكون الناتج الحدي للوحدة الحدية المستخدمة منه أعلى من السعر الذي يضطر لدفعه للحصول عليها . ويقف عند ذلك الحد الذي يتعادل الناتج الحدي للوحدة من خدمات العامل الانتاجي مع سعر خدمات هــذا العامل الانتاجي مقدراً بوحدات السلعة . أي يظل يطلب وحدات من خدمات العنصر الانتاجي إلى أن يصبح الناتج الحدي (مادي مقداراً بوحدات السلعة الطبيعية) = سعر

خدمـــات العامل مقداراً بالوحدات الطبيعية أيضاً فإذا كنا ننظر إلى العملية الإنتاجية على أنهـــا مدفوعـــات نقدية ومتحصلات نقدية ، فإن هذا المنتج سيطلب وحدات متتالية من خدمات العامل الإنتاجى المتغير إلى أن يصبح :

قيمة الناتج = سعر خدمات هذا العامل الإنتاجى

وإذا عرفـــنا أن الـــزيادة فى الإيراد الكلى التى تحصل عليها المنشأة عن طريق زيادة كمية عامل إنتاجى بوحدة واحدة على أنها الإنتاجية الحدية الإيرادية لهذا العامل ، فإن التوازن يتحقق عندما تكون :

الإنتاجية الحدية الإيرادية للعامل = التكاليف الحدية لهذا العامل .

وعلـــيه فـــإذا كان سعر عامل الإنتاج محدداً - مثلا كما هو الحال عندما تحصل المنشـــأة على العامل من سوق المنافسة الكاملة ولا يؤثر تصرفها على سعر الشراء - فـــإن مـــن مصلحة المنشأة أن تشترى (أو تؤجر) كميات من هذا العامل حتى تتعادل إنتاجيـــته الحديـــة الإيرادية مع سعره حيث أن التكاليف الحدية فى هذه الحالة هى سعر العامل . وإذا زادت الإنتاجية الحدية الإيرادية عن سعر العامل ، فإن المنشأة تستطيع أن تكثر أرباحها بزيادة الكميات المستخدمة من العامل حيث تزيد مساهمتها فى الإيراد عن تكالـــيفها . والعكس صحيح فى حالة ما إذا فاق سعر العامل إنتاجيته الحدية الإيرادية . أمـــا إذا كانت المنشأة تؤثر فى سعر عامل الإنتاج إذا قامت بتغيير حجم مشترياتها من العـــامل الإنـــتاجى - أى إذا كانت السوق تسوده المنافسة غير الكاملة - فإن التكاليف الحدية للحصول على العامل ستكون أكبر من سعر العامل . وعليه تقوم المنشأة بمحاولة الوصـــول إلـــى الوضـــع الـــذى يتحقق من سعر العامل . وعليه تقوم المنشأة بمحاولة الوصـــول إلى الوضع الذى يتحقق عنده تعادل الإنتاجية الحدية الإيرادية للعامل الإنتاجى مع تكاليفه الحدية وهذا بالطبع هو المنطق العادى وراء أى شرط حدى للتوازن فى أية مشكلة اقتصادية .

وبصـــفة عامة فإنه نتيجة لزيادة استخدام أى عامل إنتاجى ، يوجد نوعان من الآثار بالنسبة للإيراد الكلى للمنشأة . فمن ناحية تؤدى زيادة استخدام العامل إلى زيادة الإنـــتاج ممـــا يساعد على زيادة إيراد المنشأة ، وهذا بالطبع فى صالحها . ومن ناحية أخـــرى نجـــد أن الـــزيادة فـــى الإنتاج تؤدى إلى خفض السعر ، وهذا بالطبع ليس فى صـــالحها . والنتـــيجة النهائـــية للأثريـــن - أى الفرق بينهما - هو الإنتاجية الحدية الإيرادية . أى أن الإنتاجية الحدية الإيرادية تعادل :

$$ع \times \frac{\Delta ك}{\Delta ن} - ك \times \frac{\Delta ع}{\Delta ن}$$

حيث أن ع تمثل سعر الوحدة من الإنتاج

، ك كمية الإنتاج

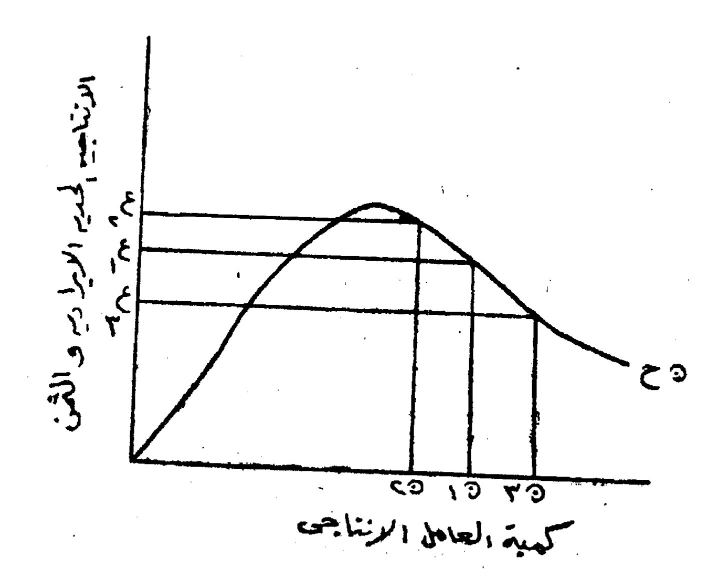
، ن كمية العامل الإنتاجى

فالإنتاجية الحدية الإيرادية تساوى سعر وحدة الإنتاج مضروباً فى الإنتاج الإضافى الناتج من زيادة العامل الإنتاجى بوحدة واحدة مطروحاً منه أى تخفيض فى السعر مضروباً فى عدد الوحدات المباعة من هذا الإنتاج ولكن فى حالة المنافسة الكاملة لن يتغير سعر الإنتاج بالتغير فى كمية إنتاج إحدى المنشآت بمعنى أنه لن يكون هناك أى تخفيض فى سعر الإنتاج نتيجة لاستخدام وحدة إضافية من العامل الإنتاجى ، أى أن

$$\frac{\Delta ع}{\Delta ن} = صفر$$

وعلى هذا تكون الإنتاجية الحدية الإيرادية للعامل مساوية للإنتاجية الحدية المادية مضروبة فى سعر السلعة المنتجة أى تساوى $\frac{\Delta ع}{\Delta ن}$ × ع ونشير إلى هذه الكمية بأنها قيمة الإنتاجية الحدية للعامل .

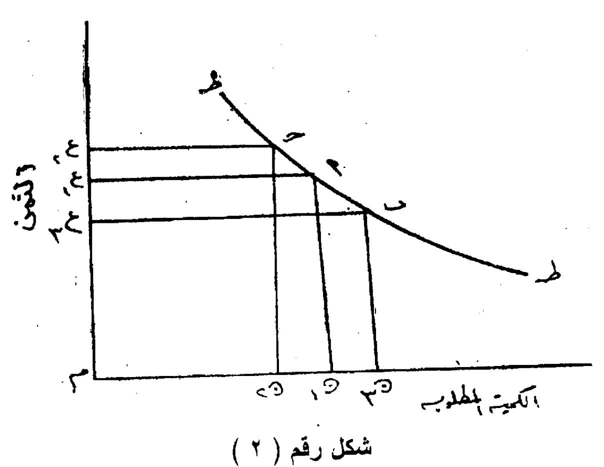
وعليه فإنه فى حالة المنافسة الكاملة تستمر المنشأة فى زيادة ما فى حوزتها من أى عامل إنتاجى حتى تتعادل قيمة إنتاجية الحدية مع سعره . ويترتب على ذلك أن منحنى طلب المنشأة على أى عامل إنتاجى سعره محدد ينطبق على منحنى الإنتاجية الحدية الإيرادية لهذا العامل أى على المنحنى الذى يبين الإنتاجية الحدية الإيرادية للعامل الناتجة عن كل مستوى من مستويات استخدامه عن طريق المنشأة . فإذا تعرفنا على الإنتاجية الحدية الإيرادية للعامل فإننا نستطيع التعرف على منحنى الطلب عليه . فإذا افترضنا أن الإنتاجية الحدية الإيرادية لعامل إنتاجى مغير ممثلة بالمنحنى م ن ح كما يتضح من الشكل رقم (١) ، فإن شرط التوازن - فى حالة المنافسة الكاملة ينص على أن المنشأة وهى تحاول الحصول على أقصى ربح ممكن لابد وأن تستخدم وحدات إضافية من هذا العامل إلى الحد الذى تتعادل إنتاجيته الحدية الإيرادية مع سعر العامل .



شكل رقم ١

فإذا كان سعر العامل هو م ع١ فتستخدم المنشأة م ن١ من هذا العامل ولن تستخدم أكثر من ذلك حيث تصبح الإنتاجية الحدية الإيرادية أقل من سعر العامل . وكذلك لن تستخدم أقـل مـن ذلك لأن الإنتاجية الحدية الإيرادية تصبح أكبر من سعر العامل . فإذا استخدم كمية أقل من ذلك فمعناه أنه كان يمكنها أن تحصل على إيراد إضافى بتكاليف أقل ، أى أن أربـاح المنشـأة تـزداد بزيادة عدد الوحدات المستخدمة . أما عند سعر أقل للعامل الإنـتاجى وليكن م ع٣ فإنها ستستخدم كمية أكبر من هذا العامل هى م ن٣ وعند سعر أكبر وليكن م ع٢ ، فإن المنشأة ستستخدم كمية أقل هى م ن٢ .

والشـكل رقـم (٢) يصور منحنى الطلب ط ط وهو مشتق مباشرة من منحنى الإنتاجية الحدية الإيرادية ويشير الشكل التالى إلى الكمية المستخدمة من العامل الإنتاجى عند كل سعر له .



شكل رقم (٢)

وفـــى الواقـــع نجـــد أن منحنى الطلب ط ط يعبر عن الجزء الهابط من منحنى الإنتاجية الحديـــة الإيرادية حيث لا يتصور أن تتوقف المنشأة عن تأجير عامل إنتاجى ليس فقط إنتاجيته الحدية الإيرادية تفوق سعره ولكن هذه الإنتاجية متزايدة . ويصور المنحنى ط ط العلاقة بين سعر العامل المتغير والكمية المستخدمة أو المطلوبة منه . أى هو منحنى الطلب على عامل الإنتاج المتغير .

والمـــيل الســـالب لمنحنى الطلب على العامل الإنتاجى يمكن تفسيره على أساس قـــانون تـــناقص الغلة الحدية الذى ينص على أنه إذا زادت كمية أحد العوامل الإنتاجى تـــباعاً بوحدة واحدة مع ثبات الكميات المستخدمة من المستخدمات الأخرى ، فإن الغلة الحدية لهذه الزيادات تبدأ فى التناقص .

وســـتتناقص قـــيمة تلـــك الزيادات بالطبع لأنه فى حالة المنافسة الكاملة تكون الإنتاجـــية الحدية الإيرادية مساوية للإنتاجية الحدية المادية مضروبة فى سعر الوحدة . أمـــا فـــى حالة المنافسة الاحتكارية أو الاحتكار فإن الزيادات المتتابعة فى الإنتاج تؤدى إلـــى تخفـــيض ســـعر الوحـــدة مما ينتج عنه إنخفاضاً بمعدل أكبر فى الإنتاجية الحدية الإيـــرادية ، وبالـــتالى فإنـــنا نتوقع أن تتناقص الإنتاجية الحدية الإيرادية أى أن يكون منحنى الطلب على العامل الإنتاجى سالب الميل .

ومـــن دراستنا لقانون تناقص الغلة نستطيع أن نتصور لماذا تتناقص الإنتاجية الحديـــة بزيادة العامل الإنتاجى المستخدم . وتتناقص الإنتاجية الحدية لسببين : أحدهما

فــنى والآخــر نفسى . فالسبب الفنى يكمن فى تناقص قابلية الإحلال بين عامل إنتاجى وآخــر نظــراً لارتــباط عوامــل الإنتاج بنسب فنية يجب المحافظة عليها . وعلى ذلك فامتصـــاص كمية إضافية من أى عامل إنتاجى يزداد صعوبة كلما استخدمنا وحدات منه لأن الوحدات الجديدة المستخدمة ستقوم بأعمال أقل أهمية من تلك التى تقوم بها عوامل الإنــتاج الثابتة ، وعليه تكون قيمة عامل الإنتاج الإضافى فى هذا العمل أقل أهمية أى تكــون قــيمة إنتاجها الحدى منخفضة ويتناقص بذلك السعر الذى تستحقه تلك الوحدات الإنتاجية . على أن مبدأ الإنتاجية الحدية يمكن تتبع آثاره حتى فى قانون تناقص المنفعة ، إذ كلمــا كــان العامل الإنتاجى متوفراً فإن منتجاته تكون وفيرة وبذلك تكون منفعتها الحديــة قلــيلة وبالتالى يصبح سعر منتجاته منخفضا ، فيقبل عامل الإنتاج الذى يقوم بإنتاجها بسعر منخفض لقاء خدماته .

والسبب الآخر الذى يدعو إلى تناقص الإنتاجية الحدية يكمن فى الناحية النفسية للعــامل ، فــإذا زاد عــرض أى عامل من عوامل الإنتاج فسيكون هناك إحلال مزدوج بواسطة المنتجين تمشياً مع قانون تناقص الغلة ومن جانب المستهلكين تمشياً مع قانون تناقص المنفعة . وللتوضيح نفترض أن جمعاً كبيراً من الناس يرغب فى إيجاد عمل له فــى الزراعة حيث تؤدى زيادة المنافسة بينهم إلى خفض الأجور الزراعية ، وبذلك يجد أصحاب الأراضى الزراعية الدافع لديهم فى توظيف عدد أكبر من العمال الزراعيين وهذا سيكون ذو أثرين :

أ) الأثر الأول هو أن العمل أصبح أرخص نسبياً من رأس المال والأرض ، وعليه فإنه يكــون من المربح لزراعة أى محصول إحلال هذا العامل الرخيص بدلا من الآخرين أى زيادة عدد العمال المشتغلين والإقلال من رأس المال ومساحة الأرض المستغلة .

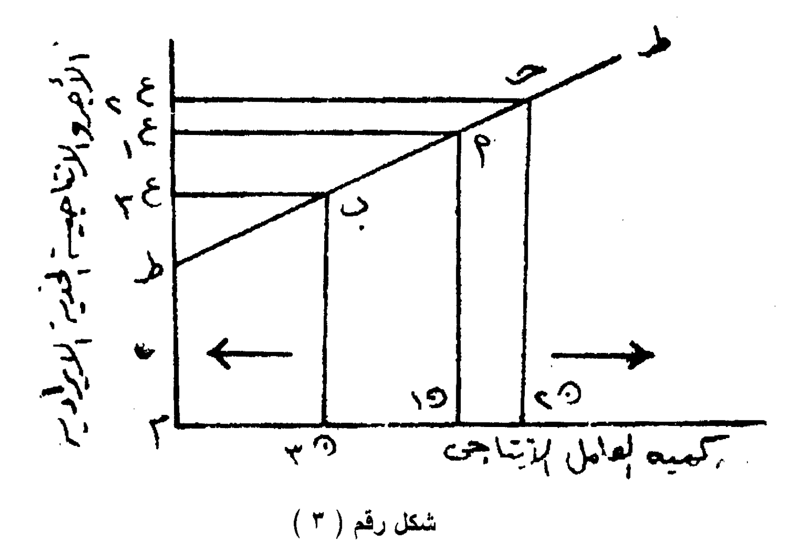
ب) الأثــر الــثانى هــو أن الأجور الزراعية لا تؤثر بدرجة واحدة على جميع الفروع الزراعــية ، وذلك تبعاً لأهمية الأجر كجزء من نفقة الإنتاج الكلية إذ قد لا يكون الأجر أهم بند فى تكاليف إنتاج القمح كما قد يكون قليل الأهمية فى إنتاج الصوف بينما يكون الأجــر هــو كــل التكلفة فى زراعة الخضراوات ، وعلى ذلك فإن أى هبوط فى الأجور ســيؤدى إلى تخفيض سعر الخضروات بنسبة أعلى ، وإلى تخفيض سعر القمح بدرجة أعلى نسبياً من درجة انخفاض سعر الصوف ، وكلما كان انخفاض السعر كبيراً كلما زاد الطلــب علــى المنــتجات فيقوم المستهلكون بشراء كمية أكبر من السلعة التى انخفض

ســـعرها نسبياً بالنسبة للسلع الأخرى وبذلك يتوسع المزارعون فى زراعة الخضروات وكذلك المحاصيل الأخرى التى تحتاج أكثر من غيرها للأيدى العاملة .

ومعـــنى ذلك أن المستهلكين سيحلون السلع التى أنتجت بعمال أكثر محل السلع الـــتى يتطلـــب إنـــتاجها عمـــالا أقـــل وبذلـــك يـــزداد الطلب على هذا العامل الإنتاجى (الأيدى العاملة) .

ويقـــوم قانون تناقص الغلة بدور هام فى نظرية الطلب على العوامل الإنتاجية ، حيـــث يمكـــن تشبيه هذا القانون بالمغناطيس الذى يجذب كمية المستخدمات من عامل الإنتاج (بافتراض رشد المنتج) إلى الوضع التوازنى الذى تتعادل عنده الإنتاجية الحدية الإيرادية مع التكاليف الحدية للعامل . فإذا استخدمت المنشأة كمية من أحد العوامل أقل من الكمية التوازنية فسيؤدى هذا إلى أن تقوم المنشأة بزيادة استخدام هذا العامل سعيا وراء زيـــادة أرباحهـــا . وبالعكس إذا استخدمت المنشأة كمية أكبر من الكمية التوازنية فإن تناقص الغلة يشير عليها بخفض الكمية المستخدمة من العامل لتحقيق نفس الغرض . فـــإذا قامت المنشأة باستخدام الكمية م ن١ من العامل الإنتاجى فتكون إنتاجيته الحدية الإيـــرادية عـــند هذا الاستخدام هى م ع١ . فإذا كان أجر العامل هو م ع٣ فسيدفع هذا المنشـــأة إلى زيادة استخدام العامل حتى يصل إلى الكمية م ن٣ كما فى الشكل (٢) . وبالطـــبع نجد أنه طالما تتناقص الإنتاجية الحدية ، فإن استخدام المزيد من العامل (مع بقـــاء كمـــية العوامل الأخرى ثابتة) سيؤدى إلى خفض الإنتاجية الحدية الايرادية حتى تصـــل إلـــى مستوى أجر العامل ، أى تنتقل المنشأة من النقطة (أ) إلى النقطة (ب) على المنحنى ط ط حيث يتعادل أجر العامل مع إنتاجيته الحدية الإيرادية .

أمـــا فى حالة تزايد الغلة ، فإننا لو بدأنا من وضع لا يتعادل فيه أجر العامل مع انتاجيته الحدية الإيرادية ، فإن المنشأة ستتحرك بعيداً عن نقطة التوازن كما هو موضح فى الشكل رقم (٣) التالى :



شكل رقم (٣)

فإذا بدأنا من وضع تستخدم فيه المنشأة الكمية م ن٣ ، وكان أجر العامل م ع١ أى يفوق إنتاجيته الحدية الايرادية وهى م ع٣ لهذا الاستخدام ، فإن ذلك سيدفع المنشأة إلى التقليل من كمية هذا المستخدم مبتعداً عن الوضع التوازنى الذى تستخدم فيه م ن١ كمـــا يشـــير السهم فى الشكل رقم (٣) سالف الذكر ، وبالمثل ستجد المنشأة أنه من المـــربح لها أن تزيد كمية المستخدم إذا كان وضعها المبدئى على يمين نقطة التوازن أ حيـــث يستخدم مثلا م ن٢ (كما يشير بذلك السهم) . وعليه فإن الميل السالب لمنحنى الإنتاجية الحدية الايرادية (أى الطلب) الدال على تناقص الغلة هو الذى يجعل المنشأة توأم الكمية المستخدمة من العامل الإنتاجى حتى تصل إلى وضع التوازن .

وقد قمنا ببناء التحليل السابق على أساس فرض ضمنى وهو أن العامل الإنتاجى الذى تحدثنا عنه متجانس الوحدات بمعنى أن كل وحدة منه لها نفس الكفاية الإنتاجية . فمـــثلاً إذا كانـــت قدرة أو كفاية العمال ليست متساوية فإن تأجير عامل إضافى سيعتمد علـــى نوع العامل المتوفر للعمل وهو الشيء الذى لم نتحدث عنه من قبل .وعليه ففى هـــذه الحالـــة يوجـــد شـــرط حـــدى للتوازن يرشد المنشأة إلى النسب التى تؤجر بها المســـتخدمات الإنتاجـــية ذات الخصائص المختلفة . ولنحلل استخدام العاملين س ، ص وهما إما من نفس المجموعة ولكنهما يختلفان فى النوعية (مثل العامل الماهر والعامل

غـــير الماهر) أو من مجموعتين مختلفتين (مثل عامل وآلة) . فإذا كانت $ع_{س}$ ، $ع_{ص}$ ، $ن ح_{س}$ ، $ن ح_{ص}$ هـــى الأسعار والإنتاجيات الحدية الايرادية للمستخدمين س ، ص على التوالى ، فإن المنتج الرشيد سيؤجر هذين العاملين بالنسب التى تحقق الشرط التالى :

$$\frac{ن ح_{س}}{ع_{س}} = \frac{ن ح_{ص}}{ع_{ص}}$$

فـــإذا لـــم يـــتحقق هذا الشرط مثلا كأن نجد أن النسبة على الجانب الأيمن من المتساوية أكبر من النسبة على الجانب الأيسر منها ، فإن ما قيمته جنيه ينفق على س سيضيف إلى الإيراد (والربح) أكثر مما أضافه جنيه أنفق على ص . ومن البديهى أن من صالح المنشأة أن تعيد توزيع ميزانيتها ما بين س ، ص بحيث يزيد إنفاقها على س ويقلـــل علـــى ص . ومعنى ذلك أن أى ميزانيه لا تحقق المعادلة السابقة لا تمثل نسب مزج مثلى للمستخدمين .

ثانياً : الإنتاجية الحدية : Marginal Productivity

ولنـــبدأ دراســـتنا للإنتاجية الحدية ، ونقصر اهتمامنا الآن على إنتاج يقوم فيه المنـــتج بتغيـــير خدمـــات عـــامل إنتاجى واحد مع بقاء عناصر الإنتاج الأخرى ثابتة . ولـــنفرض أن العملـــية الإنتاجية تحتاج إلى عاملين فقط من عوامل الإنتاج هما الأرض والعمل ، وأن الأرض هى العنصر الإنتاجى الثابت ومساحتها محدودة ولتكن ١٠ أفدنة . ومـــا علـــى المنـــتج إلا زيادة عامل الإنتاج المتغير (العمل) إذا أراد زيادة فى الكمية المنـــتجة ، أى أن الـــناتج الكلى هنا سيتوقف على عدد المشتغلين . ولندرس الإنتاجية الحديـــة المادية للعمل الخاص بمنشأة واحدة ، وليكن الجدول الآتى ممثلا لأحوال الإنتاج الخاصة بتلك المنشأة :

جدول رقم (١)

عدد العمال المشتغلين فى مساحة محدودة من الأرض ٥ أفدنة	الناتج الكلى المادى بالطن	متوسط الإنتاجية المادية – الإنتاجية المتوسط للعامل (طن عامل)	الإنتاجية الحدية المادية (طن لكل عامل مضاف)
٠	–	–	–
١	٢٠	٢٠	٢٠
٢	٤٥	٢٢,٥	٢٥
٣	٧٥	٢٥	٣٠
٤	١٠٢	٢٥,٥	٢٧
٥	١٢٠	٢٤	١٨
٦	١٣٥	٢٢,٥	١٥
٧	١٤٣	٢٠,٤٢	٨
٨	١٤٧	١٨,٣٨	٤
٩	١٥٠	١٦,٦٧	٣
١٠	١٥١	١٥,١	١

ويتضح من الجدول السابق أنه إذا لم يستخدم المنتج أى عامل فى الأرض وهى خمسة أفدنة ، فإنه لن يحصل على ناتج مادى ، أما إذا استخدم وحدة عمل واحدة فستنتج هذه الأرض ٢٠ طن ، وإذا استخدم عاملين فسيجد أن ناتجه المادى الكلى سيقفز إلى ٤٥ طن وهكذا كلما زاد من وحدات العمل زاد ناتجه الكلى . ومن العمود الخاص بالإنتاجية المادية الكلية ، يمكن أن نستخرج الإنتاجية المتوسطة المادية والإنتاجية الحدية المادية ، ويكون :

ثالثاً : متوسط الإنتاجية Averag proctivity

$$= \frac{\text{الناتج الكلى بالكيلات}}{\text{عدد العمال الذين انتجوه}}$$

$$= \frac{١٢٠}{٥} = ٢٤$$

ففى حالة اشتغال خمسة عمال تكون الإنتاجية المادية المتوسطة
طن/عامل

أما الإنتاجية الحدية فتعنى مقدار الزيادة فى الناتج الكلى المادى الناشئة عن إضافة وحدة واحـدة مـن عـامل الإنتاج المتغير إلى عوامل الإنتاج المستخدمة منه سلفاً مع ثبات عناصـر الإنـتاج الأخـرى وهى الأرض هنا . فإذا زاد عدد العمال من ١ إلى ٢ ، فإن الناتج الكلى يزيد عن ٢٠ طن إلى ٤٥ طن أى العامل الثانى قد أضاف إلى الناتج الكلى ٢٥ طن وتكون الإنتاجية الحدية المادية للعامل الثانى .

$$\text{٢٥ طن} \qquad \frac{\text{٤٥}-\text{٢٠}}{\text{٢}-\text{١}} = \text{٢٥ كيلة}$$

ومـا توصـلنا إلـيه فى هذا الجدول إنما ينبع من دراستنا السابقة فى الكميات الحدية والكميات المتوسطة والعلاقة بينهما . وسنجد هنا أن الإنتاجية المتوسطة المادية والحديـة سوف ترتفع أولا بزيادة عدد العمال الموظفة إلى أن تصل إلى نهاية عظمى لهـا ثم تأخذ فى التناقص بعد هذا الحد بزيادة عدد العمال المشتغلين على قطعة الأرض المحـدودة المساحة (٥ أفدنة) . وقد سبق فى دراستنا الاقتصادية الأولى أن أوضحنا هـذا المبدأ وسميناه عندئذ " قانون تناقص الغلة " . على أننا سنطلق عليه هنا " قانون تناقص الإنتاجية الحدية " . وينص هذا القانون على أنه " كلما زدنا من كميات أى عامل واحـد مـن عوامل الإنتاج التى تمتزج بكميات ثابتة من عوامل الإنتاج الأخرى ، فإن الإنتاجية الحدية المادية لهذا العامل الإنتاجى لابد وأن تتناقص فى النهاية " وهذه الزيادة فى عامل الإنتاج المتغير معناها هنا أننا نبدأ بتجربة زراعة عشرة أفدنة بعامل واحد ثم تجـربة زراعـتها بعاملين ثم تجربة زراعتها بثلاث عمال وهكذا . ونلاحظ أن الكميات المنتجة لا تزيد بنفس النسبة التى يزيد بها عدد العمال المشتغلين على الأرض ، بل إن الكمـيات المنتجة تزيد بمعدل متناقص . ولهذا فإننا إذا زدنا من كمية العمل بدون زيادة فـى الأرض فسنجد أن الإنتاجية الحدية للعامل قد تصل إلى الصفر ، وإذا ما زدنا عدد مـن العمال أكثر فأكثر ، فلربما حصلنا نتيجة لذلك على ناتج أقل أى قد تصل الإنتاجية الحدية إلى قيمة سالبة .

وهـذا القانون يمكن تطبيقه بالنسبة لأى عدد من عوامل الإنتاج الأخرى ، فمن الممكن أن نتصور عدداً ثابتاً من العمال يشترك فى العملية الإنتاجية على وحدات متغيرة

مـــن عـــامل الأرض مثلاً . وبالتالى يمكن الحصول على إنتاج يبين لنا الإنتاجية المادية للأرض ، كلية ومتوسطة وحدية . كذلك يمكن إيجاد الإنتاجية الحدية والمتوسطة والكلية لوحدات متتالية من رأس المال مستخدمة مع عنصر إنتاجى ثابت .

ولنفـــترض أن العـــامل الإنتاجى (وهو العمل) يتقاضى أجر قدره ١٥ كيله من القمح فى السنة مثلاً ، أى أننا نفترض أن العامل يتقاضى أجره من صاحب الأرض على هيـــئة محصـــول يقوم بإنتاجه . ففى هذه الحالة سنجد أن صاحب المزرعة سيوظف ٦ عمال فقط ولن يوظف غيرهم لأنه سيحقق عندئذ أكبر الأرباح الممكنة أى يكون متوازناً عـــند تلـــك الكمـــية الـــتى يطلبها من العمال . فهو يعادل هنا بين أجر العامل الإنتاجى (أى ســـعر خدمـــات) والإنتاجية الحدية له وهى ١٥ طن . فهو يستخدم العامل الأول الـــذى يكلفـــه ١٥ كـــيله بينما يحصل منه على إنتاج قدره ٢٠ طن (انتاجيته الحدية) وكذلك مع العامل الثانى الذى يدفع له ١٥ كيله سعرا لخدماته بينما يحصل منه على ٢٥ طـــن (إنتاجيـــته الحديـــة) وهكذا إلى أن يصل إلى العامل السادس وهو العامل الحدى بالنســـبة له فهو يدفع له ١٥ كيله أجراً ويحصل منه على ١٥ طن هى مقدار إنتاجيته الحديـــة الماديـــة وهو يستخدم لأنه يزيد من ناتجه الكلى ويجعله يحقق أقصى الأرباح الممكـــنة . ولكـــن بعد ذلك لن يجد صاحب العمل أى ربح أو حافز له لاستخدام العامل السابع لأنه سيدفع له أجراً مقداره ١٥ طن من القمح بينما سيحصل منه على ٨ كيلات مما يقلل من أرباحه . هذا مع الأخذ فى الحسبان فرضا هاما وهو أن صاحب العمل يبيع قمحه فى سوق متنافس أى بسعر واحد فى السوق لكل طن .

ومن هنا نرى أن العلاقة بين عدد العمال والإنتاجية الحدية إنما تبين جدول طلب المنـــتج علـــى خدمات عنصر الإنتاج (العمل) عند أجور مفترضة قائمة فى السوق . وعلـــى ذلك فطلب أى منتج على أى عامل من عوامل الإنتاج ما هو إلا منحنى إنتاجيته الحديـــة . فـــإذا افترضـــنا الأجور المختلفة ٨ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٧ طن من القمح نظير خدمـــات العمـــل يمكن أن نجد عدد العمال الذى يتم توظيفهم فى كل مرة . وما ذلك إلا طلب أصحاب العمل على خدمات العمال فمثلاً :

عند أجر قدره ٨ كيلات من القمح يستخدم أصحاب العمل ٧ عمال
" " ١٥ طن " " " " " ٦ عمال
" " ١٨ طن " " " " " ٥ عمال
" " ٢٧ طن " " " " " ٤ عمال

ويمـــثل منحـــنى الإنتاجـــية الحدية المادية منحنى الطلب على الخدمة الإنتاجية للعمـــال ويجـــب ملاحظـــة أن الجـــزء الهابط من منحنى الإنتاجية الحدية وليس الجزء الصـــاعد مـــنه هو الذى يدخل فى منحنى الطلب حيث ينحدر الأخير من أعلى إلى أسفل ناحية اليمين مبيناً علاقة عكسية بين الأجر وعدد العمال .

على أن أصحاب العمل لا يدفعون أجوراً مادية إلى عمالهم ، فالعامل يحصل على أجره أو سعر خدماته نقداً . ولذلك فإننا نصور نظرية الإنتاجية الحدية فى ثوب نقدى . ولنفـــترض كمـــا ســـبق مـــن أن المنافسة الكاملة هى السائدة فى سوق العمل وسوق المنـــتجات ، وأن أجـــر العامل ثابت فى السوق وهو ٨٠ جنيها . كما أننا سنفترض أن ســـعر الوحـــدة من الناتج الذى يتعاون هذا العامل فى إنتاجه = ١٠ جنيها للوحدة من الـــناتج وهـــو ثابت أيضاً نظراً لأن سوق المنتجات متنافس . وسنجد أن إيراد الإنتاجية الحديـــة = الإنتاجـــية الحدية المادية × سعر السلعة المنتجة فى السوق كما يتضح من الجدول رقم (٢) :

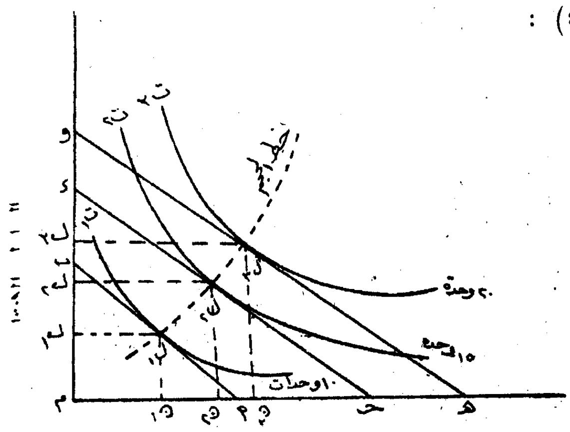
جدول رقم (٢)

عدد العمال المشتغلين على مساحة محدودة من الأرض (١)	الناتج الكلى المادى (٢)	أجر العامل بالجنيه (٣)	سعر الوحدة من المنتج بالجنيه (٤)	التكاليف الكلية (١ × ٣) (٥)	الإيراد الكلى (٢ × ٤) (٦)	الإيراد الصافى فائض المنتج (٦ − ٥) (٧)	الإنتاجية الحدية المادية (٨)	قيمة الإنتاجية الحدية (٨ × ٤) (٩)	إيراد الإنتاجية الحدية عموديا بطرح كل عددين متتاليين فى العمود ٦) (١٠)
٠	–	٨٠	١٠	–	–	–	–	–	–
١	٢٠	٨٠	١٠	٨٠	٢٠٠	١٢٠	٢٠	٢٠٠	٢٠٠
٢	٤٥	٨٠	١٠	١٦٠	٤٥٠	٢٩٠	٢٥	٢٥٠	٢٥٠
٣	٧٥	٨٠	١٠	٢٤٠	٧٥٠	٥١٠	٣٠	٣٠٠	٣٠٠
٤	١٠٢	٨٠	١٠	٣٢٠	١٠٢٠	٧٠٠	٢٧	٢٧٠	٢٧٠
٥	١٢٠	٨٠	١٠	٤٠٠	١٢٠٠	٨٠٠	١٨	١٨٠	١٨٠
٦	١٢٥	٨٠	١٠	٤٨٠	١٣٥٠	٨٧٠	١٥	١٥٠	١٥٠
٧	١٤٣	٨٠	١٠	٥٦٠	١٤٣٠	٨٧٠	٨	٨٠	٨٠
٨	١٤٧	٨٠	١٠	٦٤٠	١٤٧٠	٨٣٠	٤	٤٠	٤٠
٩	١٥٠	٨٠	١٠	٧٢٠	١٥٠٠	٧٨٠	٣	٣٠	٣٠
١٠	١٥١	٨٠	١٠	٨٠٠	١٥١٠	٧١٠	١	١٠	١٠

كـنا نفـترض فى هذا المثال أنه ليس للأرض سعراً ، وذلك حتى نعزى جميع الإنتاجـية الـتى يحصل عليها صاحب العمل من العمل نفسه . ويتضح لنا من الجدول السـابق مسـألة على جانب كبير من الأهمية وهى أن إيراد الإنتاجية الحدية للعامل = قـيمة الإنتاجية الحدية للعامل ، وذلك فى حالة المنافسة الكاملة فى كل من سوقى العمل والمنتجات كما نرى من العمودين ٩ ، ١٠ . وبالنظر إلى هذا الجدول يتبين أن صاحب العمـل يظـل يستأجر العمال واضعاً نصب عينيه تحقيق أقصى ربح ممكن . وهو لذلك يقوم باستئجار العمال إلى الحد الذى يعادل فيه بين إيراد الإنتاجية الحدية لهذا العامل مع أجـر هذا العمل فى السوق وهى ٨٠ جنيها . وبالتالى فهو يوظف ٧ عمال حيث يتعادل إيـراد الإنتاجـية الحديـة مـع أجر العامل فى السوق . وفى هذه الحالة يحقق صاحب المشروع أكبر ربح ممكن .

الإنتاجية الحدية فى ظل تغيير عاملين :

يواجـه المنـتج الآن مشـكلة الاختيار بين عنصرين متغيرين للقيام بالعمليات الإنتاجـية ولـيس عنصـراً إنتاجياً متغيراً مع ثبات العناصر الأخرى التى يستخدمها . ولنفـترض أن هذين العاملين هما العامل الإنتاجى ع ، ورأس المال ر ونأخذ العامل ع علـى الإحداثى السينى وكميات العامل الإنتاجى ر على الإحداثى الصادى كما يتضح من الشكل رقم (٤) :



العامل الإنتاجى ع وسعره ث ١

شكل رقم (٤)

والسؤال الآن هو : ما هى المجموعات من العنصرين الإنتاجيين ع ، ر التى سيقرر المنتج استخدامها فى الإنتاج ؟ يختار المنتج تلك المجموعة التى تغل له أكبر ناتج ممكن أى تلك المجموعة التى يمس عندها خط السعر أحد منحنيات الناتج المتساوى وهو أعلى مستوى ناتج متساوى يمكن الحصول عليه فى ضوء التكاليف المزمع إنفاقها على عملية الإنتاج . أى أن شرط توازن المنتج أن يمس خط السعر أ ب أحد منحنيات الناتج المتساوى فى خريطة نواتجه المتساوية . ولكى نصل إلى معنى لهذا التوازن نذكر أن :

ميل منحنى الناتج المتساوى عند أى نقطة مثل $ل_١$ = معدل الإحلال الحدى للعاملين الإنتاجيين اللازمين لإنتاج السلعة وهو

أى مقدار النقص فى العنصر ر المقابل لزيادة العنصر ع بوحدة واحدة ، ويكون المنتج متوازنا إذا كان هذا المعدل الحدى للإحلال بين عاملى الإنتاج ع ، ر = ميل خط السعر عند النقطة $ل_١$

$$= \frac{\text{م ب}}{\text{م أ}} = \frac{ث_٢}{ث_١} = \frac{\text{سعر عامل الإنتاج ر}}{\text{سعر عامل الإنتاج ع}}$$

ومعدل الإحلال الحدى بين عنصرين إنتاجيين ما هو إلا تعبير عن الأهمية الحدية لكل عامل بالنسبة للعامل الإنتاجى الآخر .

أى أن

$$\frac{\Delta \text{ ر}}{\Delta \text{ ع}} = \frac{ث_٢}{ث_١}$$

ولكننا نعرف أن سعر العامل الإنتاجى يتساوى دائماً مع الإنتاجية الحدية للعنصر

$$\therefore \frac{ث_٢}{ث_١} = \frac{\text{الإنتاجية الحدية للعنصر ر}}{\text{الإنتاجية الحدية للعنصر ع}}$$

∴ شرط التوازن بالنسبة للمجتمع :

$$\frac{\text{الإنتاجية الحدية للعنصر ع}}{\text{سعر عامل الإنتاج ع}} = \frac{\text{الإنتاجية الحدية للعنصر ر}}{\text{سعر عامل الإنتاج ر}}$$

وهـذا الشـرط السـابق يمكـن تطبيقه على أكثر من عاملين إنتاجيين إذا ما استخدمنا ثلاث عوامل متغيرة يمكن إحلال بعضها محل البعض .

والآن نعـود إلـى الشـكل رقم (٤) لنعرف كيفية قيام المنشأة بتغيير أحجام كمـياتها المنـتجة نتـيجة لزيادة الطلب على منتجاتها . وسنفترض فى هذه الحالة أن المنشأة تستطيع ذلك عن طريق تغيير كميات كل من العاملين الإنتاجيين . وإذا افترضنا أنـنا نعرف سعر العاملين الإنتاجيين المستخدمين فإن الكميات التى سيستخدمها المنتج مـن خدماته ستتوقف على أسعار هذه العوامل النسبية وكذلك على الظروف الفنية التى يعكسـها منحـنى الناتج المتساوى وما دمنا نعلم أن العاملين المتغيرين سيشتركان فى إنـتاج حجم معين ، فإن المنتج عندما يريد إنتاج ١٠ وحدات من السلعة بأقل التكاليف الممكنة ينتج عند النقطة ل$_{١}$ التى عندها يمس خط السعر أ ب منحنى الناتج المتساوى ١٠ وحدات متوازناً عند استخدام كميات من العاملين الإنتاجيين ع ، ر تمثلها النقطة ل$_{١}$ فـى ضوء التكاليف ت$_{١}$ التى يريد إنفاقها . كذلك لإنتاج ٢٠ وحدة سيتوازن عند النقطة ل$_{٣}$ حيث تكون تكاليفه الإنتاجية أقل ما يمكن باختيار الكميتين من العاملين الإنتاجيين ع ، ر التى تمثلهما النقطة ل$_{٣}$. وبالمثل بالنسبة للنقطة ل$_{٢}$. وعند جميع النقط ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، ل$_{٣}$ تكـون الأهمـية الحديـة للعـامل ع مقـدرة بوحـدات ر مسـاوية للنسـبة

$$\frac{\text{سعر العامل الإنتاجى ع}}{\text{سعر عامل الإنتاج ر}}$$

وعلـى ذلك فإذا أن سعر العاملين الإنتاجيين المستخدمين فى الإنتاج كان ثابتاً ، فـإن المنشـأة التى تستخدم هذين العاملين فى عملياتها الإنتاجية ستحدد حجم إنتاجها تـبعاً لهـذا الخـط المار بالنقط ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، ل$_{٣}$ وهو المسمى بخط الحجم **Scale line** وتعتـبر أى نقطـة علـيه مثل ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، ل$_{٣}$ أعظم نسبة للمزج بين العاملين فى إنتاج الكمـيات المختلفة من السلعة التى ينتجها بأقل تكاليف ممكنة . وعلى ذلك فأكفأ توفيق من كميات العنصرين ع ، ر لإنتاج الكمية ١٠ وحدات من السلعة هى م ن١ من العنصر الإنتاجى ع ، م ك١ من العنصر الإنتاجى ر . ويسمى بعض الاقتصاديين خط الحجم هذا " بخـط توسع المنتج فى عملياته الإنتاجية " فإذا أراد المنتج أن يتوسع فى إنتاجه فإنما يسـير على هدى هذا الخط حيث يعدل من حجم عملياته الإنتاجية كلما أراد التوسع فى كمـيات الإنـتاج الـتى تتم بأرخص تكلفة ممكنة فى ظل السعرين السائدين فى السوق

لخدمات عاملى الإنتاج ع ، ر اللذين يستخدمها وذلك حينما يكون فى إمكانه أن يغير من كميات العنصرين المستخدمين فى الإنتاج . أما إذا اختلفت الأسعار النسبية لعوامل الإنتاج فسيكون هناك خطوط حجم أخرى .

ويفسر خط الحجم أيضاً الكميات من العنصرين ع ، ر التى يشتريها المنتج إذا أراد أن يزيد من إنفاقه على العمليات الإنتاجية . ففى الشكل رقم (٤) نجد أنه كلما زاد المنتج من تكاليفه من ت$_1$ إلى ت$_2$ ، وإلى ت$_3$ ، فإنه يجد أن توازنه يتمثل فى النقطتين ل$_2$ ، ل$_3$ على التوالى . وعلى ذلك فخط الحجم يعطينا فكرة صادقة ومضبوطة عن مقدار التكلفة المتغيرة الكلية التى يتحملها المنتج الذى يدخل فى عملياته الإنتاجية عنصرين من عناصر الإنتاج التى يمكن تغييرها ، وذلك بتقدير ما ينفقه على كميات التوازن من العنصرين عند كل حجم معين من الإنتاج كالآتى :

حجم الإنتاج بالوحدة	تكلفة شراء العنصر ع	تكلفة شراء العنصر س	التكلفة المتغيرة الكلية لحجم الإنتاج
١٠	م ن١ × ث١	+ م ك١ × ث٢	=
١٥	م ن٢ × ث١	+ م ك٢ × ث٢	=
٢٠	م ن٣ × ث١	+م ك٣ × ث٢	=

فإذا قارنا بين التغيرات فى المنصرف على عنصرى الإنتاج (تكلفتهما المتغيرة الكلية) بالتغيرات الناتجة فى أحجام الإنتاج التى تنشأ عن التغيرات التى تصيب الأولى ، يمكننا أن نعرف إذا ما كان المنتج بصدد غلة تزايدية ، ثابتة ، أو متناقصة . فإذا ضاعفنا حجم المنصرف على شراء عنصرى الإنتاج المتغيرين ووجدنا أن الناتج قد تضاعف ، فهذا دليل على أن غلة الحجم ثابتة وإذا زاد الناتج بنسبة أكبر من الضعف كنا أمام غلة متزايدة . أما إذا زاد الناتج بنسبة أقل من الضعف ، فإننا نكون أمام غلة متناقصة .

والآن نتقدم خطوة أخرى فى تحليلنا لأسعار خدمات عوامل الإنتاج ، ونبحث نوعين من الظروف لكى نصل إلى تحديد سعر الخدمة الإنتاجية تحديدا كاملاً وهما :

أ) سعر العامل الإنتاجى يخضع للظروف السائدة فى سوق ذلك العنصر الإنتاجى .

ب) الظروف السائدة فى سوق بيع المنتجات التى يساهم ذلك العنصر الإنتاجى فى إنتاجها .

وسوف نقوم بمناقشة توازن المنشأة فى ظل هذين النوعين من الظروف وذلك من ناحية العامل الإنتاجى الموظف وإيراد إنتاجيته . ونعرض للعديد من المشاكل التى تقابل عنصر العمل - وهو العنصر الإنتاجى الإنسانى - فى ضوء أشكال السوق التالية :

١- منافسة كاملة فى سوق العمل ومنافسة كاملة فى سوق المنتجات .

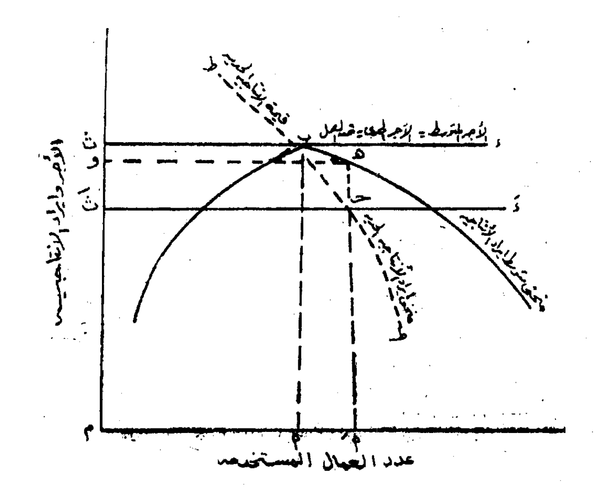
٢- سوق احتكار للعنصر الإنتاجى وسوق احتكار لبيع المنتجات .

التوازن في حالة سوق متنافس للعمل على سوق متنافس للمنتجات :

رأينا عندما كنا نفترض سيادة المنافسة الكاملة فى أسواق عوامل الإنتاج وسوق المنتجات أن قيمة الإنتاج الحدى للعامل الإنتاجى المتغير تعادل إيراد الإنتاجية الحدية للعامل نفسه . (انظر جدول ٢) وعليه فإنه يمكننا أن نصور المنحنيات اللازمة لإظهار هذا التوازن وما يعترى عنصر العمل (العامل الإنتاجى) من مشاكل . وما يمكن أن يقال فى تحليلنا عن العامل الإنتاجى (العمل) يمكن أن ينطبق على أى عامل آخر من عوامل الإنتاج .

ويعبر منحنى إيراد الإنتاجية الحدية للعمل فى جزئه الهابط عن طلب المنشأة على العمال . ويظهر عرض العمل على أنه خط مستقيم حيث يمكن للمنشأة أن تطلب ما تشاء من العمال دون أن يؤثر ذلك على الأجر السائد فى السوق ، أى أن مرونة عرض العمال لا نهائية . وعلى ذلك فإن المستقيم الذى يمثل العرض سيمثل كذلك الأجر الحدى والأجر المتوسط لكل عامل تستأجره .

وفى حالة المنافسة الكاملة فى كل من سوقى العمل والمنتجات نلاحظ أن إيراد الإنتاجية الحدية يعادل قيمة الناتج الحدى ، ومن ناحية أخرى نجد التكلفة الحدية تساوى التكلفة المتوسطة التى تساوى بدورها سعر عنصر العمل كما يظهر من الشكل رقم (٥):



شكل رقم (٥)

وتصبح المنشأة فى حالة توازن عند المستوى الذى تحقق عنده أقصى ربح ممكن وذلك عندما يكون إيراد الإنتاجية الحدية (أو قيمة الإنتاجية الحدية) للعمل = الأجر المتوسط = الأجـر الحـدى = أجـر العـامل السائد فى السوق = التكلفة الحدية لعنصر الإنتاج (العـامل) . ويـتم ذلـك التوازن باستخدام المنشأة لعدد من العمال قدره م أ لأنه إذا استخدمت عددا أقل من م أ فسيكون فى إمكان المنشأة أن تضيف إلى إيراداتها أكثر من إضـافتها إلـى تكاليفها بتوظيف عامل آخر لأن إيراد الإنتاجية الحدية سيكون أعلى من أجـره السائد الذى سيحصل عليه عند توظيفه . وبالمثل إذا استخدمت عددا من العمال أكـبر مـن الممثل بالبعد م أ – م أ¯ مثلا ، ففى هذه الحالة تنخفض أرباحها نظرا لأن العامل سيتكلف أكثر مما يضيف من إيراد الإنتاجية الحدية للمنشأة . وعليه فإن المنشأة لـن تكـون فى حالة إتزان إلا عندما يتساوى إيراد الإنتاجية الحدية (أو قيمة الإنتاجية الحدية) للعمل مع الأجر السائد فى السوق .

ويتضح من الشكل السابق أن منحنى إيراد الإنتاجية الحدية لابد وأن يتناقص فى النهاية ، لأنه إذا لم يكن الأمر كذلك ما كان لهذه المنشأة أن تكون فى حالة اتزان أبدا . ومعنى ذلك أنه فى سوق العمل المتنافسة حيث تقوم جميع المنشآت بشراء عنصر العمل فى ظل المنافسة الكاملة وبالتالى تكون التكلفة المتوسطة لكل عنصر من عناصر الإنتاج

لابـد وأن تتســاوى أيضاً مع إيراد الإنتاجية الحدية . وعليه يمكن صياغة شرط توازن المنشأة تحت ظروف المنافسة الكاملة فى كل من سوقى العمل والمنتجات كالتالى :
إيراد الإنتاجية الحدية للعمل (قيمة الإنتاجية الحدية) = الأجر المتوسط للعمل = الأجر الحدى = سعر عنصر العمل فى السوق .

ومــن الشكل رقم (٥) سالف الذكر يتضح كذلك أنه عند أجر قدره م ت يتعادل أيضـاً متوســط إيراد الإنتاجية للعمل مع الأجر . وإذا حدث ذلك فإن معناه أن الصناعة بأكملهــا فــى حالــة تــوازن أيضاً ، وهنا لا يحقق المنظمون إلا الأرباح العادية فقط . وتــتوازن الصــناعة عــندما يمــس خط الأجر السائد فى السوق منحنى متوسط إيراد الإنتاجية لكل منشأة على حدة فى المدى الطويل فقد يكون خط الأجر أعلى أو أقل ن خط الأجر ث د ، وبذلك قد تحقق بعض المنشآت أرباحاً ، وقد يحقق البعض الآخر خسائر . ولكن الصناعة ستستقر فى المدة الطويلة بدخول أو خروج مؤسسات حتى لا تحقق أى منشأة سوى الأرباح العادية فقط . فإذا هبط خط الأجر السائد فى السوق إلى ثَ دَ فإن المنشــأة تــتوازن عند النقطة جـ مستخدمة عددا من العمال قدره م أَ وتحصل على أربــاح غير عادية يمثلها المستطيل ثَ جـ هـ و . ولكن الصناعة لن تكون فى حالة تــوازن . على أن دخول مؤسسات ذات كفاءة إنتاجية مماثلة للمؤسسات الموجودة فى الصــناعة قــبل ذلك ، سيؤدى إلى خفض سعر منتجات هذه الصناعة مما يؤدى بدوره خفض منحنيات إيرادات الإنتاجية الحدية ومتوسط إيراد الإنتاجية للعمل ، كما أن زيادة الطلــب على العمال نتيجة توسع الصناعة قد يؤدى إلى رفع الأجور . وعليه فانخفاض منحــنى متوســط متوســط إيراد الإنتاجية وارتفاع خط الأجر يؤديان إلى حالة توازن الصناعة عندما يمس خط الأجر الجديد منحنى متوسط إيراد الإنتاجية .

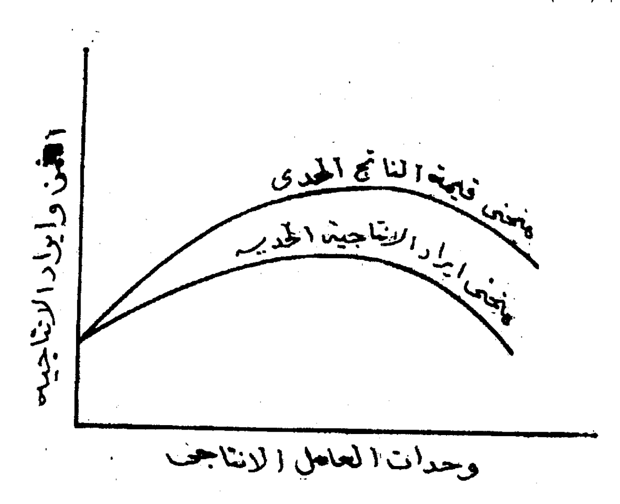
التوازن في حالة سوق احتكار للعنصر الإنتاجي وسوق احتكار لبيع المنتجات :

يتحدد طلب المنشأة على الخدمة الإنتاجية بمنحنى إيراد الإنتاجية الحدية للعمل . ففــى حالة المنافسة الكاملة وجدنا أن إيراد الإنتاجية الحدية = قيمة الإنتاجية الحدية . أما بالنسبة للاحتكار فإن إيراد الإنتاجية الحدية للعامل يكون أقل من قيمة الناتج الحدى لهــذا العامل . ويرجع ذلك إلى أن سعر المنتج لابد أن ينخفض بزيادة الكميات المنتجة المعروضــة فى السوق للبيع . وعليه فإننا نجد أن قيمة الناتج الحدى للعمل تكون أعلى من إيراد الإنتاجية الحدية كما يتضح من الجدول رقم (٣) :

جدول رقم (٣)

وحدات العنصر الإنتاجي	الناتج الكلى	الناتج الحدى الطبيعى	سعر السلعة	قيمة الناتج الحدى	الإيراد الكلى	إيراد الإنتاجية الحدية
١	٢٥	٢٥	٢٠	٥٠٠	٥٠٠	٥٠٠
٢	٧٠	٤٥	١٨	٨١٠	١٢٦٠	٧٦٠
٣	١١٠	٤٠	١٥	٦٠٠	١٦٥٠	٣٩٠
٤	١٤٥	٣٥	١٣	٤٥٥	١٨٨٥	٢٣٥

وإذا مثلنا هذه البيانات برسم بيانى لكان منحنى قيمة الناتج الحدى أعلى من منحنى إيراد الإنتاجية الحدية ، وذلك فى حالة الاحتكار كما يتضح من الشكل رقم (٦) .



شكل رقم (٦)

أمـــا منحـــنى عــرض العمل بالنسبة للمنشأة الاحتكارية فإنه يختلف عن مثيله بالنســبة للمنشأة المتنافسة . ففى حالة المنافسة يكون منحنى عرض العمل لها أفقياً ، ولكـــن فى حالة محتكر الشراء فى سوق العمل فإن المنشأة الاحتكارية تؤثر على سعر العـــامل أى أجـــره كلمـــا غيرت من الكميات التى تشتريها باعتبار أن تلك المنشأة هى المشترى الوحيد للعمل . فإذا زاد المحتكر من طلب العمال أى إذا استأجر المزيد منهم ، فـــإن أســـعار خدماتهم ترتفع . وكلما استأجرت المنشأة القليل من العمال أى وفرت عـــدداً منهم ، فإن أجورهم تنخفض . بينما فى حالة المنافسة الكاملة يظل الأجر ثابتا مهمـــا غـــيرت المنشأة من مستويات العمالة بها . وهذا يخلق مشكلة أخرى ففى حالة الاحـــتكار ســـيكون هـــناك فـــرق بين التكلفة الحدية لعامل الإنتاج المستخدم والتكلفة المتوســـطة له . فالـــتكلفة الحديـــة للحصول على خدمات أى عامل من عوامل الإنتاج ستكون أكبر من سعر تلك الخدمات السائدة فى السوق .

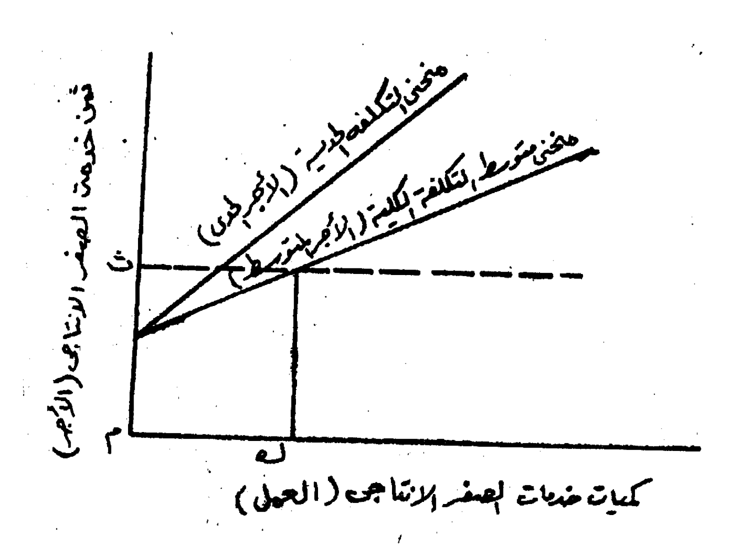
ويمكننا بيان ذلك من الجدول رقم (٤)

جدول رقم (٤)

كمية خدمات العنصر الإنتاجى	سعر الخدمة الإنتاجية فى السوق بالجنيه	التكلفة الكلية التى يتحملها المنتج فى سبيل الحصول على الوحدات	التكاليف المتوسطة للخدمة الإنتاجية	التكلفة الحدية لعامل الإنتاج
٤	٧٠	٢٨٠	٧٠	٧٠
٥	٨٠	٤٠٠	٨٠	١٢٠
٦	٩٠	٥٤٠	٩٠	١٤٠
٧	١٠٠	٧٠٠	١٠٠	١٦٠

ويتضـــح من هذا الجدول أنه عند شراء المنتج ٤ وحدات من سوق هذا العامل الاحتكارى كانت التكلفة الحدية = ٧٠ جنيها ، ولكنه حين طلب وحدة أخرى من خدمات هـــذا العامل الإنتاجى اضطر إلى رفع سعره لزيادة الطلب عليه إلى ٨٠ جنيها لن يدفعها للعامل الخامس فقط ولكنه سيدفعها كسعر لكل خدمات هذا العامل الإنتاجى الموظف عنده أى ٥ وحـــدات مـــنه . فكأن ارتفاع سعر خدمات العامل إلى ٨٠ جنيها بالنسبة للوحدة

الخامســـة كـــان مسئولاً أيضاً عن رفع تكلفة كل خدمة سابقة بعشرة قروض عما كان يتطلـــب دفعها قبل ذلك بمقدار ٤ وحدات × ١٠ جنيهات = ٤٠ جنيها . أى أن ما دفعه المنـــتج للوحدة الخامسة هو ٤٠ جنيها +٨٠ جنيها = ١٢٠ جنيها أى تكلفتها الحدية وهى أكبر من سعر خدمات العنصر السائد فى السوق الآن لزيادة الطلب عليه . ويمكن توضـــيح ظروف عرض العمل التى تواجه محتكر الشراء من المنشآت بالرسم الببيانى رقم (٧) :

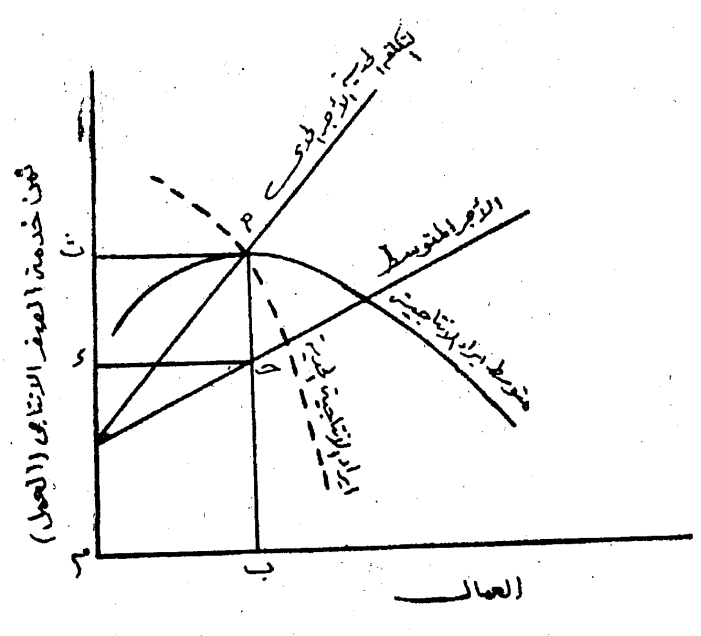


شكل رقم (٧)

يبين الشكل رقم (٨) منحنى الأجر المتوسط وهو عبارة عن النقود التى تدفعها المنشأة عند مستويات مختلفة من التوظيف فعندما تستخدم م ك من العمال يجب أن تدفع لكـــل واحد منهم أجراً قدره م ث . ويجب أن يظل عالقا بالذهن أن منحنى الأجر الحدى ليس معناه الأجر المدفوع لكل عامل حدى نظراً لأن العمال جميعهم يأخذون أجراً واحداً (افتراضـــياً) ، ولكن منحنى الأجر الحدى يبين لنا مقدار ما تتحمله المنشأة من تكلفة (تظهـــر فى كشف أجورها) كلما استخدمت وحدة أخرى من العمال ، وكما يظهر من

المنحنى فكل عامل جديد يمكن استخدامه فقط إذا ما رفع أجر جميع المشتغلين بالمنشأة الاحــتكارية . وعلــيه يكون أجر العامل أقل من التكلفة الحدية أى الإضافة إلى كشوف أجــور المنشأة . وبما أن منحنى متوسط الأجر يأخذ فى الارتفاع كلما ازداد عدد العمال المستخدمين ، فإن منحنى الأجر الحدى لابد أن يكون أعلى من منحنى الأجر المتوسط .

والمحــتكر الرشــيد الــذى يعمل من أجل الحصول على أقصى الأرباح الممكنة ســيزيد من العمالة المستخدمة فى المنشأة إلى ذلك الحد الذى عنده تتعادل الكمية التى يضــيفها العــامل الحــدى إلى إيراده أى إيراد إنتاجيته الحدية على الإضافة إلى كشف أجــوره (أى تكلفــته الكلــية) وهو الأجر الحدى أو التكلفة الحدية على لاستخدام هذا العــامل والــتى تظهر فى الشكل رقم (٨) عند النقطة أ ويكون توازن المنشأة عندما تقــوم باســتخدام م ب من العمال عند أجر قدره م ت وتكون الأرباح غير العادية التى تحصل عليها المنشأة يمثلها المستطيل ث أ جــ د .



شكل رقم (٨)

وبناء على ما سبق فإن شرط توازن المنشأة المحتكرة سوق الشراء والمحتكرة فى سوق بيع منتجاتها هى : إيراد الإنتاجية الحدية = التكلفة الحدية للعمل .

غــير أن هــناك اخــتلافا جوهرياً بين التوازن فى هذه الحالة والتوازن فى ظل ظروف المنافسة الكاملة . ومن ثم فإن هذا الاختلاف يتمثل فى نقطتين هما :

١- أنــه كلما توسع المحتكر فى المبيعات كلما انخفض سعرها ، وذلك لأنه محتكر فى سوق بيع المنتجات بمعنى أن كل زيادة فى العمال المستخدمين ستؤدى إلى خفض سعر بيع السلعة المنتجة وبالتالى لا يمكن فى هذه الحالة هذه أن يستمر المنتج فى توظيف العمال إلى ما لا نهاية .

٢- أن منحــنى الأجر الحدى يرتفع إلى أعلى بدلا من كونه خطأ أفقياً كما فى حالة المنافسة الكاملة .

ويمكن تعميم ما سبق أن ذكرناه لتبيان كيفية تحديد أسعار خدمات عوامل الإنتاج جمــيعاً ، أى أنــنا يمكننا تعميم المعالم الرئيسية لنظرية الإنتاجية الحدية على الأرض ورأس المــال . غير أن هناك اختلافات جوهرية تميز كل نوع من أنواع عناصر الإنتاج سوف لا نقوم ببحثها فى هذا المجال . وإنما نود أن نشير إلى الفرق بين إجمالى إيراد الإنتاجية الحدية ، وصافة إيراد الإنتاجية الحدية .

كــنا نفــترض فيما سبق أن الغلة الناتجة إنما يضيفها العامل الإنتاجى المتغير وحــدة أى هــى نتاج ذلك العنصر واسهامه فقط فى العملية الإنتاجية الأخرى المتعاونة معه فى هذه العملية الإنتاجية. ولكن الحقيقة غير ذلك فأى إيراد يحققه مشروع ما إنما يــرجع إلــى إنتاجية العوامل الأخرى المتضافرة جميعا معه فى الإنتاج . فالعمل مثلا لا يمكن أن ينتج بمفرده فى عملية إنتاجية دون وساطة الأرض أو رأس المال ، لذلك فإننا نفصــل الناتج الصافى لأحد عناصر الإنتاج المتغيرة من الناتج الإجمالى له الذى يحتوى على بعض مكاسب عوامل الإنتاج الأخرى الداخلة فى العملية الإنتاجية . وللحصول على منحــنى صافى إيراد الإنتاجية الحدية لأى عامل من عوامل الإنتاج ، فإن أمامنا فرضان لحل هذه المشكلة :

الفرض الأول : اعتبار أن خدمات عوامل الإنتاج الأخرى الثابتة والمتعاونة مع العمل هــى من الصغر بحيث يمكن إهمالها ، وبذلك نعتبر أن خدمة عامل الإنتاج المتغير هى

الــتى تغــل لنا الإيراد كله . وعليه يكون منحنى إجمالى إيراد الإنتاجية الحدية وصافى إيراد الإنتاجية الحدية هما منحنى واحد .

الفرض الثاني : الحصول على صافى إيراد الإنتاجية الحدية للعمال وهى العامل المتغير فى بحثنا وذلك إذا كان من الممكن تقدير المكاسب التى تحصل عليها العناصر الإنتاجية الثابــتة الداخلــة فى العملية الإنتاجية . ويتم ذلك عن طريق طرح هذه المكاسب الثابتة المقدرة من الإيراد الكلى للعامل الإنتاجى المتغير عند كل مستوى من مستويات العمالة . ويكــون الــباقى عندئذ هو الذى يمهد لنا السبيل للحصول على متوسط إيراد الإنتاجية الصافى وصافى إيراد الإنتاجية الحدية . على أننا يجب أن نلاحظ أن ذلك وإن كان سهلا وميســوراً إيجــاده بالنسبة لعامل إنتاجى متغير مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ، إلا أن يصــبح غايــة فــى التعقيد إذا ما كانت جميع العناصر الإنتاجية الداخلة فى أى عملية إنتاجية متغيرة .

ويظهر رقم صافى إيراد الإنتاجية الحدية لكل وحدة من وحدات العنصر الإنتاجى فــى الجدولين (٥) ، (٦) ممثلا لأقصى مساهمة تقدمها الوحدة الإضافية . وينطبق الجــدول (٥) على حالة المنافسة الكاملة فى سوق الناتج وينطبق الجدول رقم (٦) على حالة المنافسة غير الكاملة حيث توجد درجة من درجات الاحتكار فى سوق الناتج . ومــن المعلومــات الــتى يقدمها لنا الجدولان يتضح أن وحدات العنصر الإنتاجى (ع) المســتخدمة ســوف تــؤدى بمفــردها إلى زيادة الناتج الطبيعى حتى تصل إلى الوحدة السادســة حيــث نجــد أن استخدام العامل السابع سوف يؤدى بدرجة قليلة إلى زيادة وحــدات الناتج الطبيعى ، ومن الناحية الأخرى سيعمل على خفض الإنفاق على عناصر الإنتاج الأخرى بمعنى أنه يحل محل بعض وحداتها جزئيا . وهذا ما يشير إليه رقم تكلفة عناصر الإنتاج الأخرى السالب فى العمود (٨) .

جدول رقم (٥)
الناتج والإيراد فى حالة المنافسة الكاملة
باعتبار أن كمية العنصر الإنتاجى (ع) متغيرة

وحدات العنصر الإنتاجى (ع) (١)	الناتج الكلى (٢)	الناتج الطبيعى الحدى (٣)	سعر السلعة (٤)	قيمة الناتج الحدى (٥)	الإيراد الكلى (٦)	الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية (٧)	التغير فى تكلفة عناصر الإنتاج الأخرى (٨)	إيراد الإنتاجية الحدية الصافى (٩)
١	٢٥	٢٥	٢٠	٥٠٠	٥٠٠	٥٠٠	٢٥+	٤٧٥
٢	٧٠	٤٥	٢٠	٩٠٠	١٤٠٠	٩٠٠	٤٥+	٨٥٥
٣	١١٠	٤٠	٢٠	٨٠٠	٢٢٠٠	٨٠٠	٤٠+	٧٦٠
٤	١٤٥	٣٥	٢٠	٧٠٠	٢٩٠٠	٧٠٠	٣٥+	٦٦٥
٥	١٧٢	٢٧	٢٠	٥٤٠	٣٤٤٠	٥٤٠	٣٠+	٥١٠
٦	١٩١	١٩	٢٠	٣٨٠	٣٨٢٠	٣٨٠	٢٠+	٣٦٠
٧	١٩٩	٨	٢٠	١٦٠	٣٩٨٠	١٦٠	٢٥–	١٨٥
٨	١٩٩	٠	٢٠	٠	٣٩٨٠	٠	٣٠–	٣٠

جدول رقم (٦)

النـاتج والإيراد فى حالة الاحتكار

باعتبار أن كمية العنصر الإنتاجى (ع) متغيرة

وحدات العنصر الإنتاجى (ع) (١)	الناتج الكلى (٢)	الناتج الطبيعى الحدى (٣)	سعر السلعة (٤)	قيمة الناتج الحدى (٥)	الإيراد الكلى (٦)	الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية (٧)	التغير فى تكلفة عناصر الإنتاج الأخرى (٨)	إيراد الإنتاجية الحدية الصافى (٩)
١	٢٥	٢٥	٢٠	٥٠٠	٥٠٠	٥٠٠	٢٥+	٤٧٥
٢	٧٠	٤٥	١٨	٨١٠	١٢٦٠	٧٦٠	٤٥+	٧١٥
٣	١١٠	٤٠	١٥	٦٠٠	١٦٥٠	٣٩٠	٤٠+	٣٥٠
٤	١٤٥	٣٥	١٣	٤٥٥	١٨٨٥	٢٣٥	٣٥+	٢٠٠
٥	١٧٢	٢٧	١٢	٣٢٤	٢٠٦٤	١٧٩	٣٠+	١٤٩
٦	١٩١	١٩	١١,٥	٢١٨,٥	٢١٩٦,٥	١٣٢,٥	٢٥+	١٠٧,٥
٧	١٩٩	٨	١١,٣	٩٠,٤	٢٢٤٨,٧	٥٢,٢	٢٥-	٧٧,٢
٨	١٩٩	٠	١١,٢	٠	٢٢٤٨,٧	٠	٣٠-	٣٠

ويلاحـــظ مـــن الجدوليـــن السابقين أن العامل الثامن بمفرده قد استخدم ليحل محل وحـــدات مـــن عناصـــر الإنتاج الأخرى فقط بمعنى أن الزيادة فى الناتج الكلى الناشئة عن اســـتخدام العامل الثامن = صفر . ونحن نفترض معرفتنا بأسعار عناصر الإنتاج الأخرى ، فـــإذا مـــا حـــدث أى تغـــير فى هذه الأسعار بسبب التغير فى الكمية المطلوبة من العنصر الإنـــتاجى (ع) ومن ثم تغير الكميات المطلوبة من عناصر الإنتاج الأخرى فإن ذلك يؤدى إلى بناء جدول جديد للإنتاجية .

كيفية تقدير صافي إيراد الإنتاجية الحدية :

ويمكن تقدير قيمة الإنتاجية الحدية من المعلومات الموجودة فى الجدولين (٥) ، (٦) فيما يلى :

١- تحديـــد الإنتاجـــية الحدية الطبيعية وهى الزيادة فى وحدات الناتج الطبيعى الكلى الناشئة عن إضافة وحدة من العنصر الإنتاجى . وإذا كان الاستخدام الأمثل للوحدة المضـــافة هـــو إحلالهـــا محل وحدات من عناصر الإنتاج الأخرى ، فإن الإنتاجية الحدية الطبيعية = صفر .

٢- قيمة الإنتاجية الحدية= الإنتاجية الحدية الطبيعية × سعر السلعة

٣- الإيراد الكلى= وحدات الناتج الكلى × سعر السلعة .

٤- تحديـــد الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية وهو عبارة عن الزيادة فى الإيراد الكلى الناشـــئة عـــن إضـــافة وحدات متتالية من العنصر الإنتاجى ونلاحظ أنه فى حالة المنافسة الكاملة (كما فى الجدول ٥) نجد أن :

قيمة الناتج الحدى = الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية

ويـــرجع هذا إلى أن بيع وحدات إضافية من الناتج لا يترتب عليها أى انخفاض فى سعر السلعة . وعليه فإن قيمة الإنتاجية الحدية ستنعكس بالكامل فى زيادة الإيراد الكلى . أمـــا فى حالة الاحتكار فى سوق الناتج فإن بيع وحدات إضافية من الناتج سوف تؤدى إلى إنخفـــاض سعر السلعة وعلى ذلك فالزيادة فى الإيراد الكلى ستكون أقل من قيمة الإنتاجية الحدية ، أى أن الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية أقل من قيمة الناتج الحدى كما يظهر من العمودين ٥ ، ٧ فى الجدول رقم (٦) ، ويرجع ذلك إلى أن بيع وحدات إضافية من الناتج

سوف يؤدى إلى انخفاض السعر بما يؤدى إلى انخفاض الإيراد الكلى بنسبة أكبر من نسبة الانخفاض فى السعر .

٥- تحديـد صـافى إيـراد الإنتاجية الحدية ، ويقصد به الزيادة الصافية فى الإيـراد الكلى الناشئة عن إضافة وحدة واحدة من العنصر الإنتاجى ، أى أن :

الإيراد الصافى للإنتاجية الحدية = الإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية - التغير فى تكلفة عناصر الإنتاج الأخرى .

ونلاحـظ فـى الجـدول الأخير أنه عندما يستخدم العامل الإنتاجى السابع ، فان هذا العـامل يستخدم جزئيا فى زيادة حجم الناتج الطبيعى وجزئيا فى الإحلال محل وحدات من عناصـر الإنتاج الأخرى . فعند استخدام هذا العامل سنجد أن إنتاجيته الحدية الطبيعية هى ٨ وحدات ، والإيراد الإجمالى للإنتاجية الحدية له = ٥٢,٢ جنيها فإذا فرضنا أن استخدام هذا العامل سوف يؤدى إلى زيادة المستخدم منه بمقدار ١٠ جنيهات كما أن إحلاله جزئيا محل العوامل الأخرى سوف يؤدى إلى نقص تكلفة العوامل الأخرى بمقدار ٣٥ جنيها وأن صافى التغير فى تكاليف العناصر الأخرى سيكون ٢٥ جنيها .

المراجع العربية والأجنبية

١ ـ أحمد أحمد السيد (دكتور) ، محاضرات فى النظرية الإقتصادية الجزئية لطلاب الدراسات العليا ، قسم الإقتصاد والتنمية الريفية ، كلية العلوم الزراعية البيئية ، جامعة قناة السويس .

٢ ـ أحمد أحمد السيد (دكتور) ، مبادئ الإقتصاد ، المعهد العالى للعلوم التجارية والإدارية بالعريش ، وزارة التعليم العالى ، ٢٠٠٢.

٣ ـ عبد الرحمن زكى إبراهيم (دكتور) ، الإقتصاد التحليلى ، كلية التجارة ، جامعة الزقازيق ، ١٩٨٧ .

4- Henderson , J.M .& Quandt, R-E, Microeconomic theory – A Mathematical Approach , MC GRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY , Third Edition , 1980.

5- Tomek , W.G. & Robinson , k.L& Agricultural Product Prices , CORNELL UNIVERSITY PRESS , 1972.